

Савоськин Анатолий Николаевич
Акишин Александр Александрович
МИИТ

**ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ДВИЖЕНИЕ В КРИВЫХ МОТОРНОГО
ВАГОНА ЭЛЕКТРОПОЕЗДА НА ЧЕТЫРЕХ ОДНООСНЫХ ТЕЛЕЖКАХ
С ПНЕВМОПОДВЕШИВАНИЕМ**

СОДЕРЖАНИЕ

№ п/п	Разделы
1.	История работ в области исследования возмущений, вызывающих колебания рельсовых экипажей.
2.	Вероятностный анализ многомерного случайного процесса возмущения в виде эквивалентных геометрических неровностей левого и правого рельсов.
3.	Разработка способа генерации многомерного случайного процесса возмущения.
4.	Уточнение методики генерации возмущения в заданном частотном диапазоне.
5.	Разработка схемы тележки высокоскоростного моторного вагона электропоезда.
6.	Разработка методики исследования нестационарных случайных колебаний рельсового экипажа с нелинейными характеристиками рессорного подвешивания.
7.	Оптимизация параметров рессорного подвешивания рельсового экипажа.
8.	Вынужденные колебания экипажа с оптимальными параметрами рессорного подвешивания.

1. ИСТОРИЯ РАБОТ В ОБЛАСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ, ВЫЗЫВАЮЩИХ КОЛЕБАНИЯ РЕЛЬСОВЫХ ЭКИПАЖЕЙ

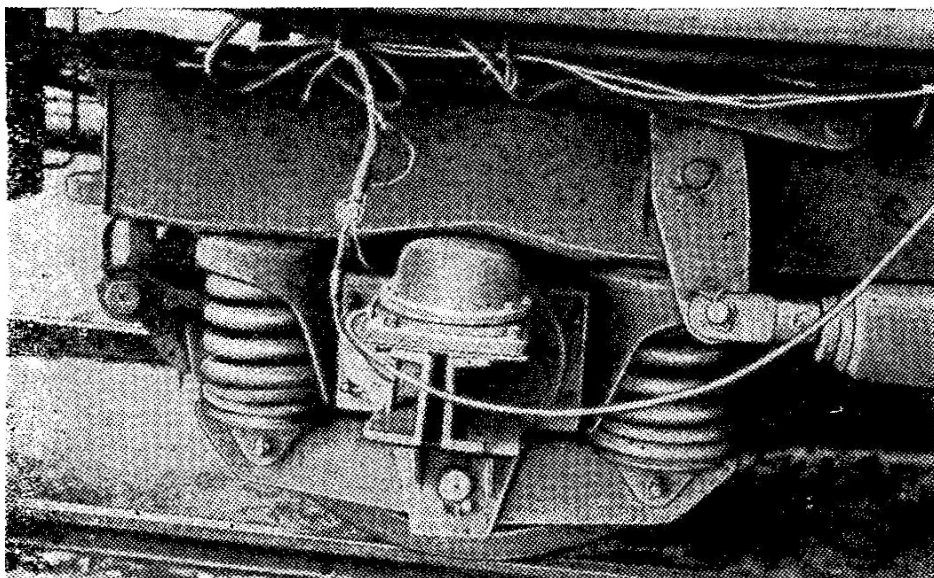


Рисунок 1.1 – Установка прибора ВПП-5 в буксовом узле ЭР1

$$R_{\eta}(\tau) = S_{\eta}^2 \sum_k a_k e^{-\alpha_k^2 \tau} \cos \beta_k \tau; \quad (1.1)$$

$$G_{\eta} = \frac{S_{\eta}^2}{2} \int_0^{\infty} R_{\eta}(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau =$$

$$= \frac{S_{\eta}^2}{2} \sum_k a_k \left\{ \exp \left[-\frac{(f-f_k)^2}{4\alpha_k^2} \right] + \exp \left[-\frac{(f+f_k)^2}{4\alpha_k^2} \right] \right\}, \quad (1.2)$$

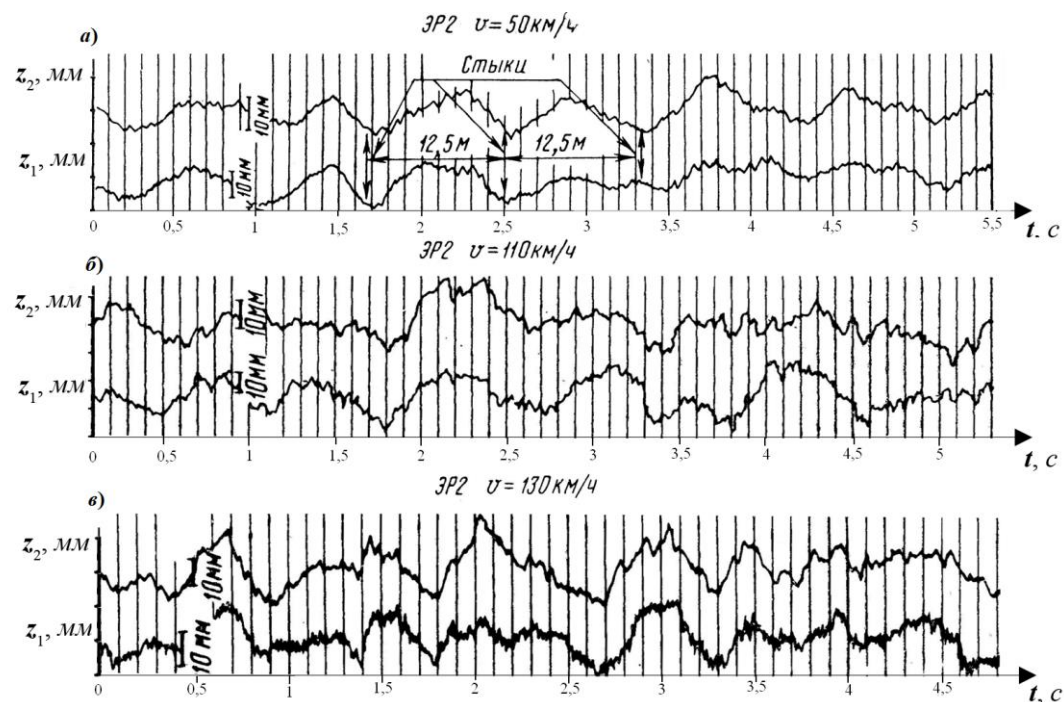


Рисунок 1.2 – Траектории букс моторного вагона ЭР2
при скоростях движения:

а – 50 км/ч; б – 110 км/ч и в – 130 км/ч;

$$G_{\eta}(f) = A^2(f)G_{\text{бш}}(f), \quad (1.3)$$

$$A(f) = \sqrt{\frac{G_{\eta}(f)}{G_{\text{бш}}(f)}} = \sqrt{G_{\eta}(f)}, \quad (1.4)$$

где $G_{\text{бш}}(f)$ – спектральная плотность единичного белого шума; $A^2(f)$ – квадрат амплитудной частотной характеристики (АЧХ) формирующего фильтра.

Дискретные значения $\eta_i = \eta(t_i)$ моделируемого процесса $\eta(t)$ ($t_i = i \cdot \Delta t$, $i = 0, 1, \dots$) формируются в виде

$$\eta_i = \bar{\eta} + \sum_{j=-M}^M c_j \varepsilon_{i-j}, \quad (1.10)$$

где c_j – весовые коэффициенты; ε_{i-j} – независимые случайные величины, распределенные по закону Гаусса, получаемые от генераторов белого шума; $2M$ – количество весовых коэффициентов.

$$c_j = \frac{1}{f_c} \int_0^{f_c} [f_c G_{\eta}(f)]^{0.5} \cdot \cos \frac{j\pi f}{f_c} df, \quad (1.5)$$

где f_c – частота дискретизации случайного процесса $\eta(t)$:

$f_c = \frac{1}{T}$; T – шаг временной дискретизации.

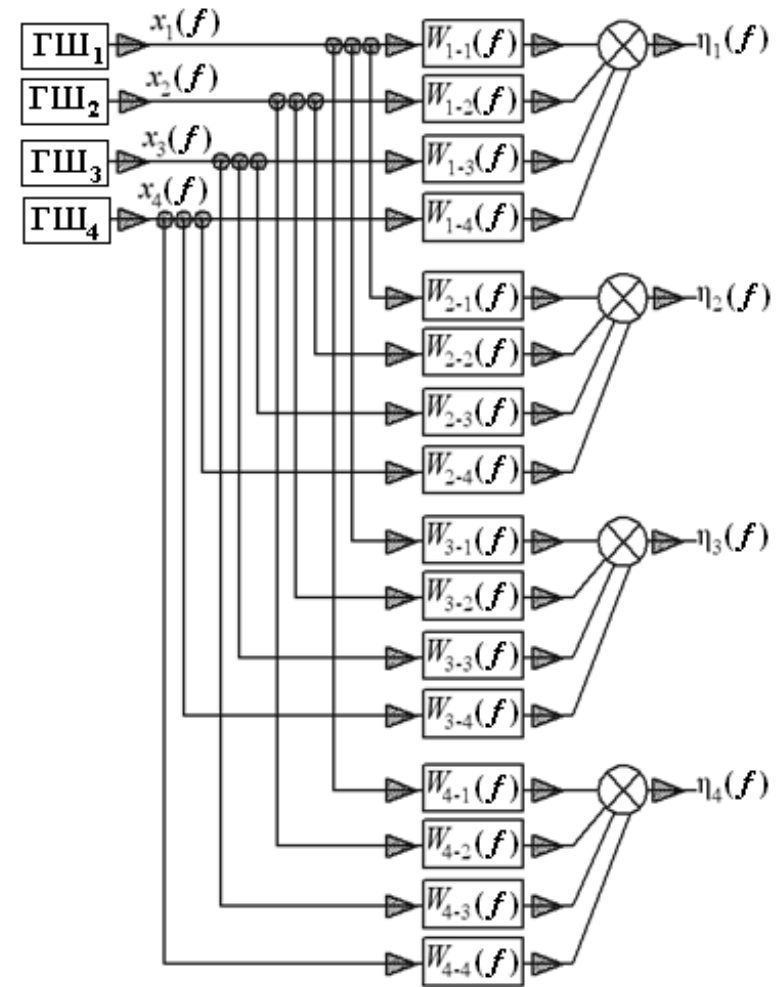


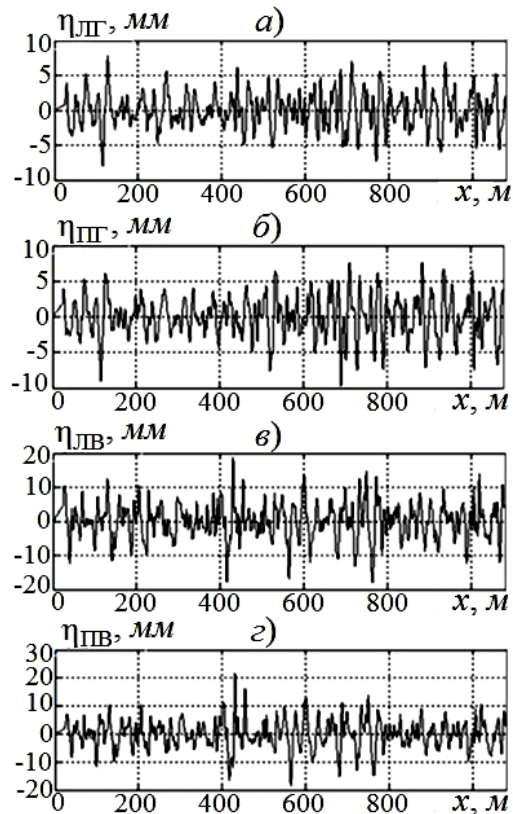
Рисунок 1.3 – Структурная схема формирующего механизма в частотной области

2. ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ МНОГОМЕРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА ВОЗМУЩЕНИЯ В ВИДЕ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРОВНОСТЕЙ ЛЕВОГО И ПРАВОГО РЕЛЬСОВ

2.1 РЕАЛИЗАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Возмущениями, вызывающими колебания рельсовых экипажей являются горизонтальные и вертикальные неровности левой и правой рельсовых нитей. количество точек в реализации $N_p=5400$; шаг дискретизации $\Delta x=0,185m$; общая длина реализации $L_p=999m$.

Реализации случайных процессов неровностей рельсового пути: a и b – горизонтальные неровности соответственно левого и правого рельсов; v и z – вертикальные неровности этих рельсов



2.2. МЕТОДИКА ВЕРОЯТНОСТНОГО АНАЛИЗА

Статистические характеристики случайного процесса:

– дисперсия случайного процесса: $S_{\eta}^2 = \frac{1}{n_3} \sum_{q=1}^{n_3} (\eta_{iq} - \bar{\eta}_i)^2$;

– момент третьего порядка: $\mu_3(\eta_i) = \frac{1}{n_3} \sum_{q=1}^{n_3} (\eta_{iq} - \bar{\eta}_i)^3$;

– асимметрия случайного процесса: $Sk = \frac{\mu_3}{S^3}$;

– момент четвертого порядка: $\mu_4(\eta_i) = \frac{1}{n_3} \sum_{q=1}^{n_3} (\eta_{iq} - \bar{\eta}_i)^4$;

– эксцесс случайного процесса: $Ex = \frac{\mu_4}{S^4}$;

Корреляционные функции:

$$R_{\eta_{iu}}(x_\tau = q\Delta x) = \frac{1}{(N_p - s)\Delta x} \cdot \sum_{n\Delta x=0}^{(N_p - q)\Delta x} \eta_{iu}(n\Delta x)\eta_{iu}[(n + q)\Delta x]$$

Для взаимных корреляционных функций не коррелированных случайных процессов (статистически независимых):

$$R_{\eta_{ii}}(x_\tau) = \sqrt{R_{\eta_i}(x_\tau)R_{\eta_i}(x_\tau)}$$

Спектральные плотности:

$$G_\eta(r\Delta f) = \frac{2}{L_p} |x_{nr}(r\Delta f; L_p) \cdot x_{mr}(r\Delta f; L_p)|$$

$$x_{nr}(r\Delta f; L_p) = \Delta t \sum_{i=0}^{N-1} \eta(i_{\text{ш}}\Delta x) \exp(-j2\pi\Delta f r \Delta x)$$

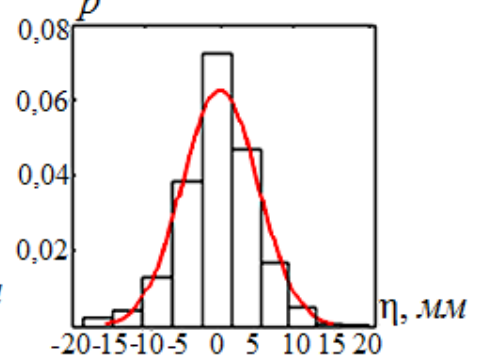
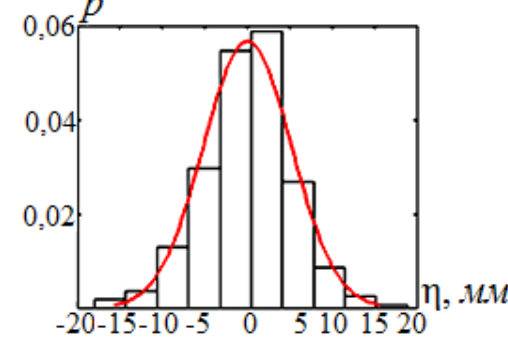
$$x_{mr}(r\Delta f; L_p) = \Delta x \sum_{i=0}^{N-1} \eta(i_{\text{ш}}\Delta x) \exp(-j2\pi\Delta f r \Delta x)$$

Сглаживание спектральной плотности по алгоритму Хана:

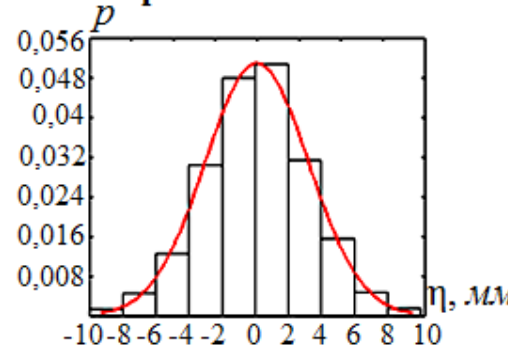
$$G(r\Delta f) = \begin{cases} 0,5\{G(r\Delta f) + G[(r+1)\Delta f]\}, & \text{при } r=0 \\ 0,25G[(r-1)\Delta f] + 0,5G(r\Delta f) + 0,25G[(r+1)\Delta f], & \text{при } r=1,2,\dots,m_f - 1 \\ 0,5\{G[(m_f - 1)\Delta f] + G(m_f\Delta f)\}, & \text{при } r=m_f \end{cases}$$

2.3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЕРОЯТНОСТНОГО АНАЛИЗА

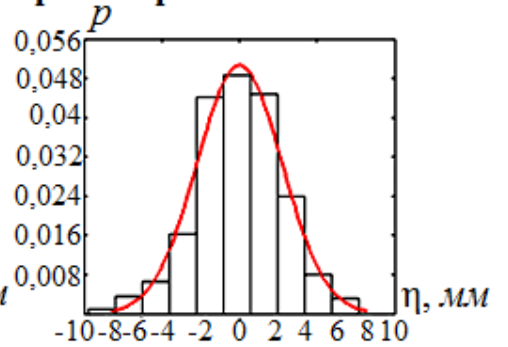
Гистограммы распределения случайного процесса: вертикальной неровности



горизонтальной неровности левого рельса:



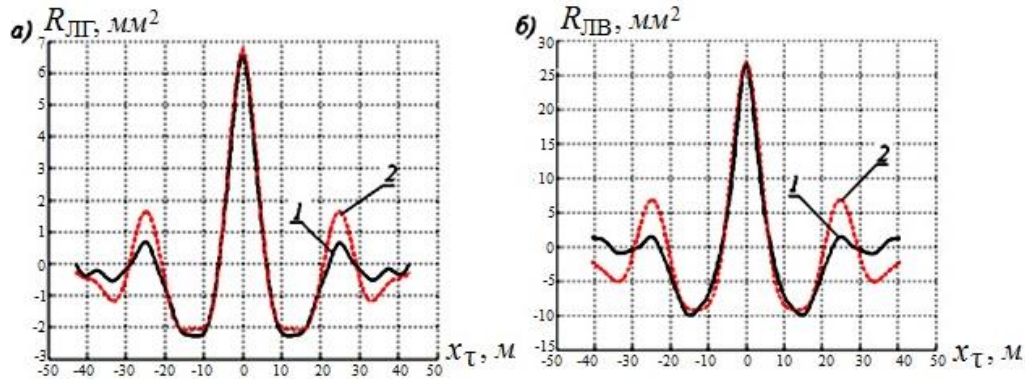
горизонтальной неровности правого рельса:



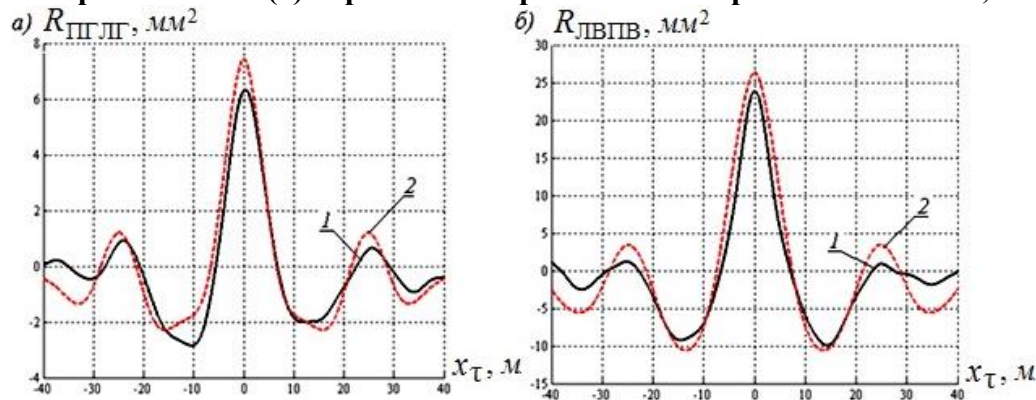
КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ

Автокорреляционные функции

неровностей пути: левого рельса горизонтальная (а) и вертикальная (б);



Взаимные корреляционные функции горизонтальных (а) и вертикальных (б) неровностей правой и левой рельсовых нитей;

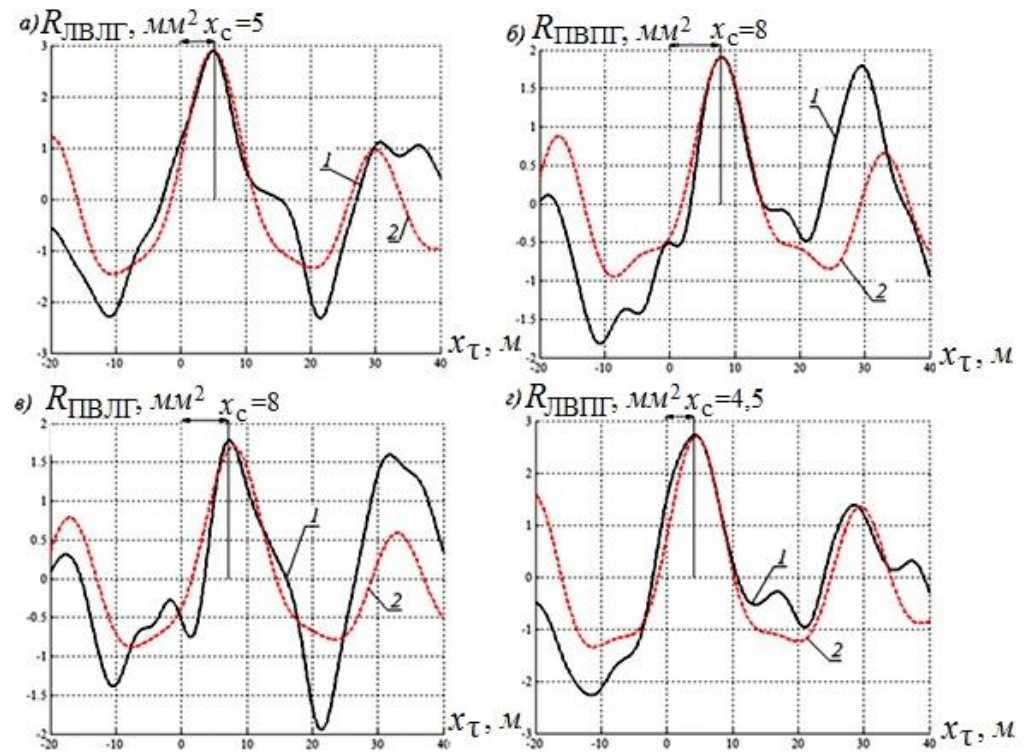


Взаимные корреляционные функции

между неровностями левой и правой рельсовых нитей:

а – левая вертикальная и горизонтальная;

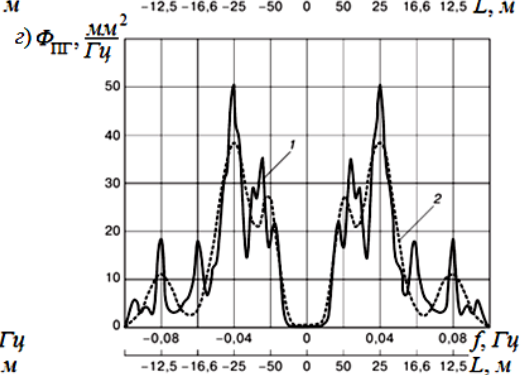
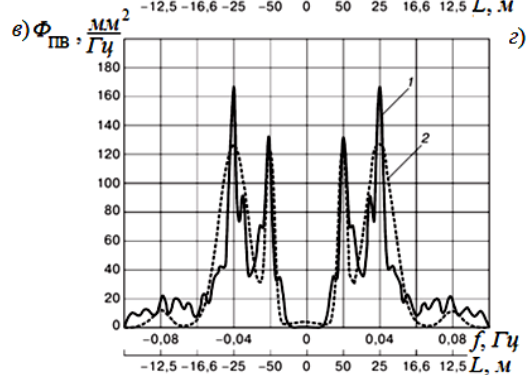
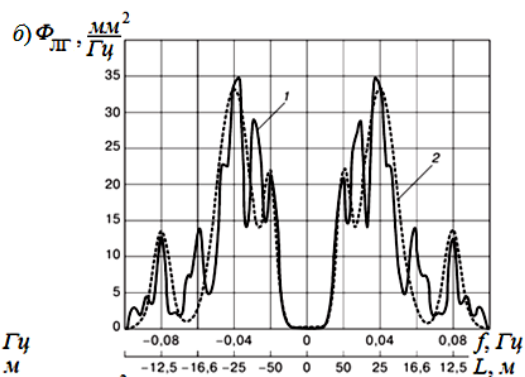
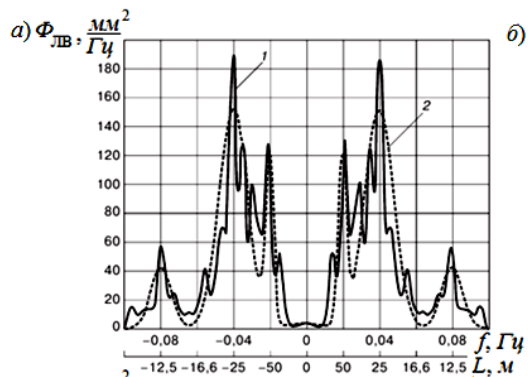
б - правая вертикальная и горизонтальная; в – правая вертикальная и левая горизонтальная; г – левая вертикальная и правая горизонтальная;



Кривые: 1 – экспериментальные;
2 – по аналитическому выражению

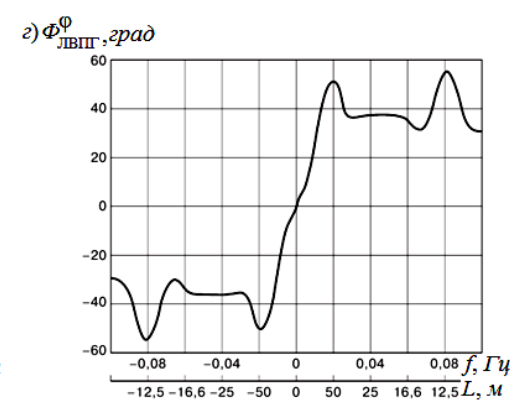
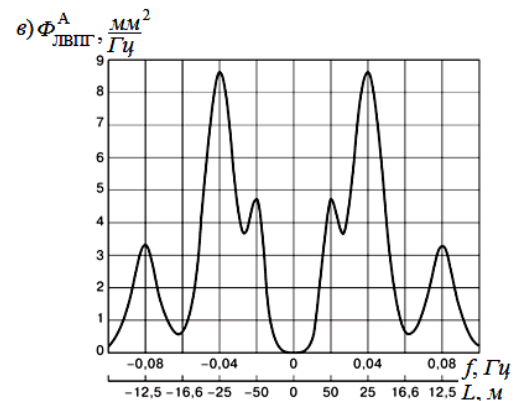
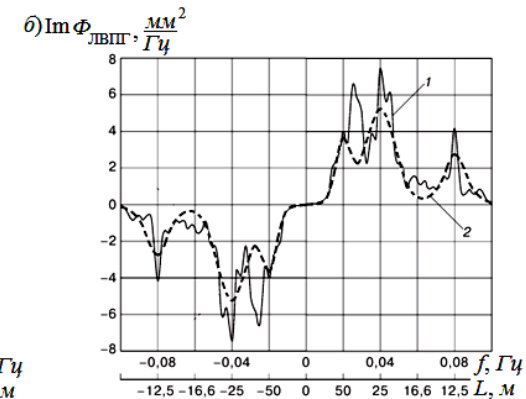
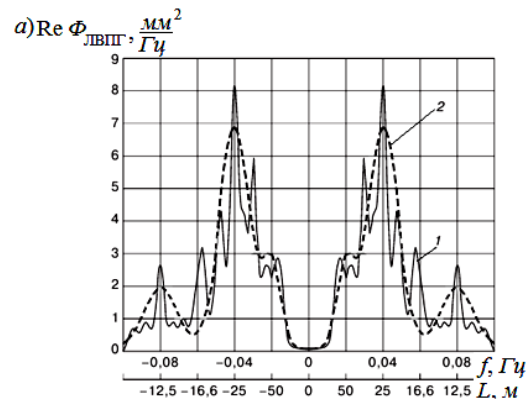
СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПЛОТНОСТИ

Спектральные плотности неровностей левого рельса: вертикальных (а) и горизонтальных (б); правого рельса: вертикальных (в) и горизонтальных (г);



ВЗАИМНЫЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПЛОТНОСТИ

Составляющие взаимной спектральной плотности между левой вертикальной и правой горизонтальной неровностями рельсов: а – вещественная; б – мнимая; в – амплитудная; г – фазовая;



Кривые: 1 – экспериментальные;
2 – по аналитическому выражению

2.4. АППРОКСИМАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АНАЛИТИЧЕСКИМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ

1. АВТО- И ВЗАИМНАЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ:

$$R_{iusl}(n_{iusl}^* \Delta x) = S_{iusl}^2 \sum_k a_{kiusl}^2 \exp \left[-(\alpha_{kiusl})^2 (n_{iusl}^* \Delta x)^2 \right] \times \cos(2\pi \beta_{kiusl} n_{iusl}^* \Delta x)$$

где Δx – шаг по координате;

$n_{iusl}^* = n - n_{ciusl}$ – приведенный номер шага по координате;

$n_{ciusl} \Delta x = x_c$ – сдвиг максимума взаимной корреляционной функции относительно начала координат; n – номер шага по координате; a_{kiusl}^2 – доля дисперсии случайного процесса, приходящаяся на k – тую составляющую (находилась методом оптимизации).

$\alpha_{kiusl} [M^{-1}]$ – относительный коэффициент затухания k – той составляющей (находился методом оптимизации).

$\beta_{kiusl} [M^{-1}]$ – частота максимума и k – той составляющей (находилась по графикам спектральных плотностей. По этим графикам было принято четыре слагаемых с частотами $\beta_1=0$; $\beta_2=0,125M^{-1}$; $\beta_3=0,250M^{-1}$ и $\beta_4=0,500M^{-1}$, которым соответствуют длины волн неровности $L_1 \rightarrow \infty$, $L_2=50M$, $L_3=25M$, $L_4=12,5M$,).

Для оптимизации a_{kiusl}^2 и α_{kiusl} использовалась целевая функция – сумма квадратов отклонений расчётных значений спектральной плотности и вещественной составляющей взаимной спектральной плотности $\Phi_p(f)$, от соответствующих значений, полученных по экспериментальным данным $\Phi_3(f)$:

$$Ц = \sqrt{\sum_k [\Phi_p(f) - \Phi_3(f)]^2}$$

2. СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ

$$\Phi_{\eta iu}(f) = 0,5G_{\eta iu}(f) = \frac{S_{\eta}^2}{2} \int_0^{\infty} R_{\eta}(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau =$$

$$\frac{S_{\eta}^2}{2} \sum_k a_k \left\{ \exp \left[-\frac{(f - f_k)^2}{4\alpha_k^2} \right] + \exp \left[-\frac{(f + f_k)^2}{4\alpha_k^2} \right] \right\}$$

3. ВЗАИМНАЯ СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ

$$\Phi_{\eta iu}(jf) = 0,5 \int_{-\infty}^{\infty} R_{\eta iu}(n_{iusl}^* \Delta x) e^{-j2\pi f n_{iusl}^* \Delta x} dn = \text{Re} \Phi_{\eta iu}(jf) +$$

$$+ j \text{Im} \Phi_{\eta iu}(jf) = \Phi_{\eta iu}^A(f) \exp \left[-j \Phi_{\eta iu}^{\Phi}(f) \right]$$

$$\text{Re} \Phi_{\eta iu}(jf) = 0,5 \int_{-\infty}^{\infty} R_{\eta iu}(n_{iusl}^* \Delta x) \cos 2\pi f n_{iusl}^* \Delta x dn ;$$

$$\text{Im} \Phi_{\eta iu}(jf) = 0,5 \int_{-\infty}^{\infty} R_{\eta iu}(n_{iusl}^* \Delta x) \sin 2\pi f n_{iusl}^* \Delta x dn ;$$

$$\Phi_{\eta iu}^A(\omega) = \sqrt{\left[\text{Re} \Phi_{\eta iu}(jf) \right]^2 + \left[\text{Im} \Phi_{\eta iu}(jf) \right]^2} ;$$

$$\Phi_{\eta iu}^{\Phi}(f) = \text{arctg} \left[\text{Im} \Phi_{\eta iu}(jf) / \text{Re} \Phi_{\eta iu}(jf) \right].$$

Таблица 1.

Параметры аппроксимирующих выражений для спектральных и взаимных спектральных плотностей

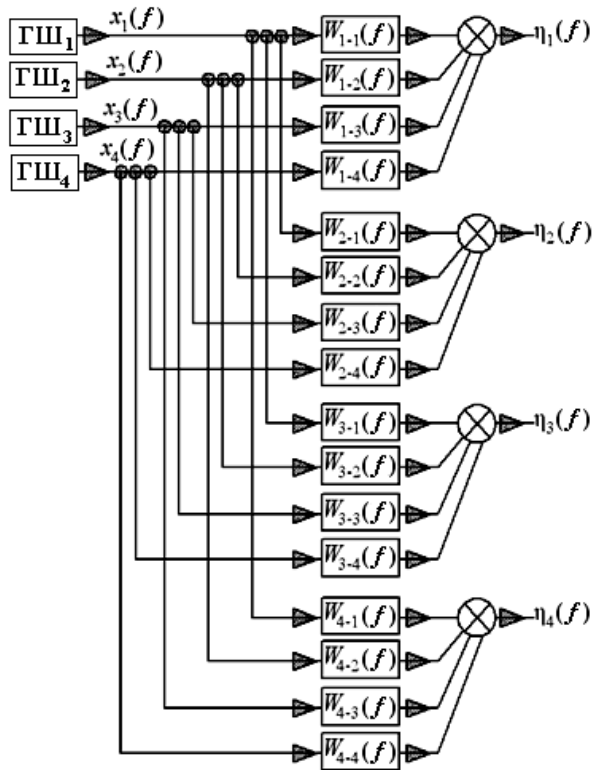
Наименование параметра	Номер составляющей	$\Phi_{ЛГ}$	$\Phi_{ПГ}$	$\Phi_{ЛВ}$	$\Phi_{ПВ}$	$\Phi_{ЛВЛГ}$	$\Phi_{ЛВПГ}$	$\Phi_{ПВПГ}$	$\Phi_{ПВЛГ}$	
Величина дисперсии	$S_{\eta}^2, \text{мм}^2$	—	6,75	8,28	27,0	26,2	2,90	2,70	1,8	1,76
Доля дисперсии	a_k	1	0,000	0,000	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
		2	0,150	0,200	0,150	0,200	0,250	0,200	0,220	0,240
		3	0,700	0,650	0,700	0,750	0,600	0,700	0,600	0,650
		4	0,150	0,150	0,140	0,040	0,140	0,090	0,170	0,100
Нормированный коэффициент затухания	$\alpha_k, \text{м}^{-1}$	1	0,000	0,000	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040
		2	0,015	0,020	0,010	0,010	0,021	0,021	0,019	0,021
		3	0,040	0,040	0,035	0,035	0,030	0,035	0,035	0,035
		4	0,021	0,032	0,025	0,021	0,028	0,035	0,035	0,030
Нормированная частота	$\beta_k, \text{м}^{-1}$	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		2	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125
		3	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
		4	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500
Сдвиг максимума	$x_c, \text{м}$	—	0	0	0	0	5,0	4,5	8,0	8,0

3. РАЗРАБОТКА СПОСОБА ГЕНЕРАЦИИ МНОГОМЕРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА ВОЗМУЩЕНИЯ

3.1. МЕТОДИКА ГЕНЕРАЦИИ

Для случая многомерного возмущения в литературе предложена схема формирующего механизма, выполняющая такую задачу.

Структурная схема формирующего механизма в частотной области



Предлагается новый алгоритм, основанный на использовании временных характеристик формирующих фильтров. В качестве решения такой задачи предлагается следующая процедура:

1) Получить матрицу дискретных спектральных плотностей $\|G_{yiu}(z)\|$ выходного процесса $y[nT]$, выполнив дискретное преобразование Лапласа матрицы корреляционных функций $\|R_{yiu}[nT]\|$.

2) Представить матрицу $\|G_{yiu}(z)\|$ в виде:

$$\|G_{yiu}(z)\| = \|W_{iu}^*(z)\| \cdot \|W_{iu}(z)\| \cdot \|G_{xiu}(z)\|,$$

где $\|W_{iu}^*(z)\|$ – матрица дискретных частотных характеристик, эрмитовски сопряжённая с матрицей $\|W_{iu}(z)\|$; $\|G_{xiu}(z)\|$ – матрица единичных спектральных плотностей некоррелированных сигналов на выходе генераторов белого шума размером $m \times m$.

3) Получить $\|W_{iu}(z)\|$ способом факторизации.

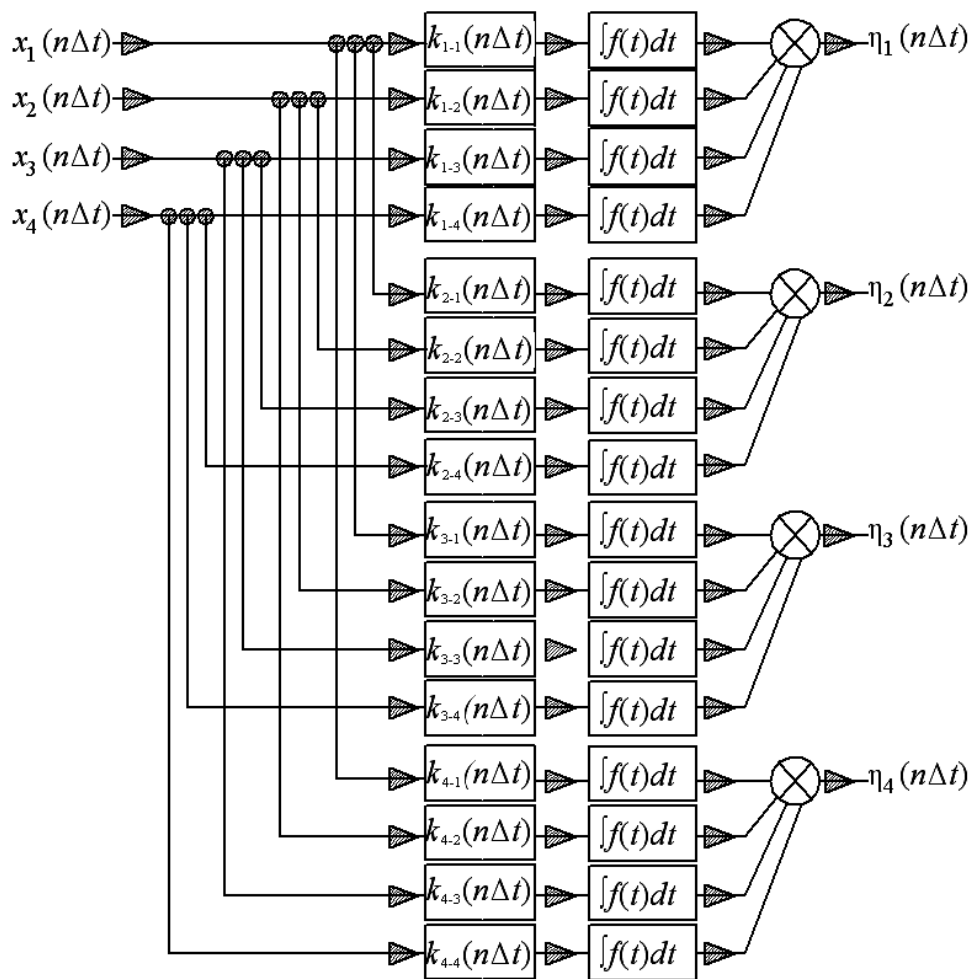
4) Преобразовать матрицу $\|W_{iu}(z)\|$ в матрицу импульсных характеристик с помощью обратного дискретного преобразования Лапласа:

$$\|k_{iu}(nT)\| = Z^{-1}\{\|W_{iu}(z)\|\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\pi}^{c+j\pi} \|W_{iu}(z)\| e^{qn} dq.$$

4). Вычислить выходной процесс $\eta_{iu}(nT)$ с помощью интеграла свёртки

$$\eta_{iu}(nT) = \int_0^{\infty} k_{iu}(nT - \zeta) x_{iu}(\zeta) d\zeta.$$

Структурная схема формирующего механизма во временной области:



1). Выражение для дискретных спектральных плотностей случайного процесса (получено с использованием программного пакета MatLAB с помощью команды «ztrans»):

$$G_{iusl}(z) = S_{iusl}^2 \sum_k a_{kiusl}^2 \times \frac{\left\{ \exp\left[-\alpha_{kiusl}^2 (\Delta x)^2\right] \right\} \cdot [\cos\beta_{kiusl} \Delta x] z^2 + \left\{ \exp\left[-\alpha_{kiusl}^2 (\Delta x)^2\right] \right\} z}{\left\{ \exp\left[-\alpha_{kiusl}^2 (\Delta x)^2\right] \right\} z^2 + 2 \left\{ \exp\left[-\alpha_{kiusl}^2 (\Delta x)^2\right] \right\} \cdot [\cos\beta_{kiusl} \Delta x] z + 1}$$

2). Аналитическое выражение для элементов матрицы передаточных функций (получено с использованием программного пакета MatLAB с помощью команды «factor»):

$$W_{iusl}(z) = S_{iusl} \sum_k a_{kiusl} \times \sqrt{\frac{\left\{ \exp\left[-\alpha_{kiusl}^2 (\Delta x)^2\right] \right\} \cdot (\cos\beta_{kiusl} \Delta x) z + \left\{ \exp\left[-\alpha_{kiusl}^2 (\Delta x)^2\right] \right\}}{\left\{ \exp\left[-\alpha_{kiusl}^2 (\Delta x)^2\right] \right\} z^2 + 2 \left\{ \exp\left[-\alpha_{kiusl}^2 (\Delta x)^2\right] \right\} \cdot (\cos\beta_{kiusl} \Delta x) z + 1}}$$

3). Импульсные характеристики формирующего механизма (получено с использованием программного пакета MatLAB с помощью команды «iztrans»):

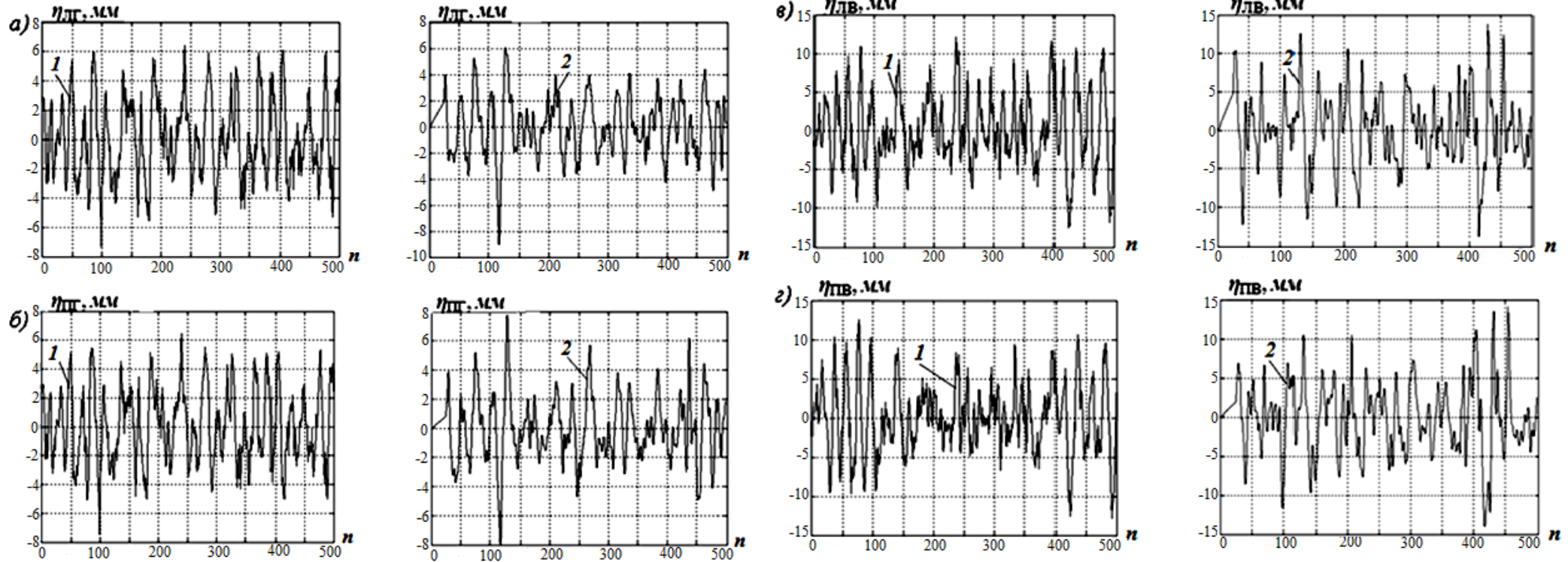
$$k_{kiusl}[n\Delta x] = S_{iusl} \sum_k a_{kiusl} \left\{ \exp\left[-(\alpha_{kiusl} \Delta x)^2\right] \right\}^{(n-n_{ciusl})\Delta x} \times \cos\left[\beta_{kiusl} (n+1-n_{ciusl}) \Delta x\right]; (n = 1, 2, \dots, N; \Delta x = vT)$$

Найденное выражение для $k_{kiusl}[n\Delta x]$ соответствует дифференцируемому случайному процессу.

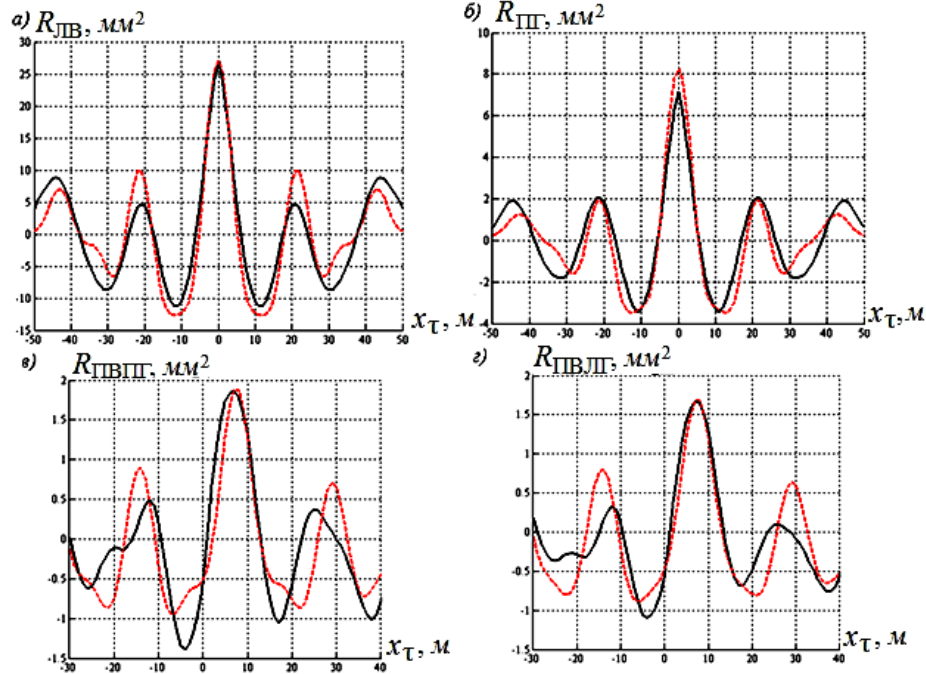
3.2. ПРИМЕРЫ ГЕНЕРАЦИИ МНОГОМЕРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Реализации четырехмерного случайного процесса геометрической неровности рельсов 1 – сгенерированные и 2 – исходные:

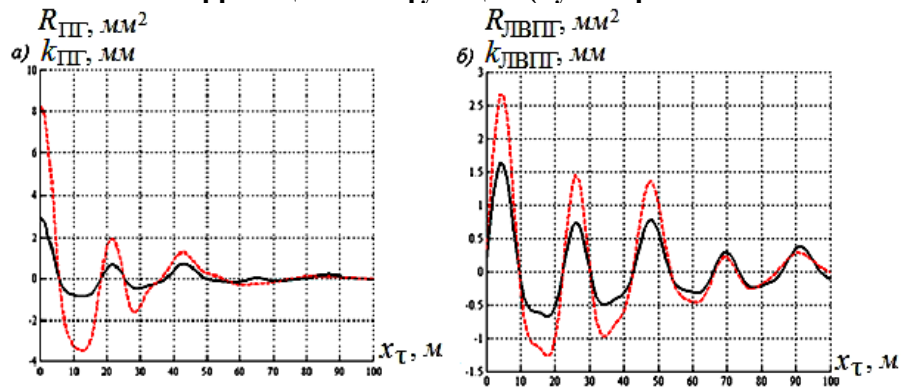
$\eta_{ЛГ}$ – горизонтальные левого и $\eta_{ПГ}$ – правого рельсов; $\eta_{ЛВ}$ – вертикальные левого и $\eta_{ПВ}$ – правого рельсов



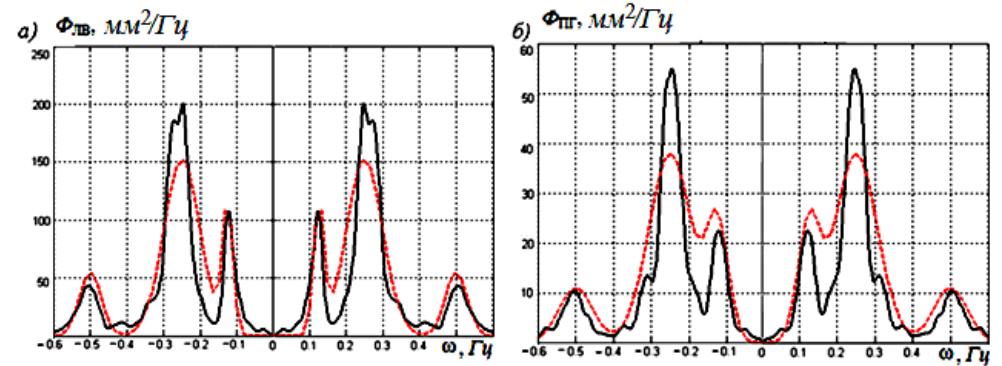
Авто и взаимные корреляционные функции неровностей пути: левого рельса вертикальная (а), правого рельса горизонтальная (б); между правой вертикальной и горизонтальной неровностью рельсов (в); правой вертикальной и левой горизонтальной неровностью рельсов (г)



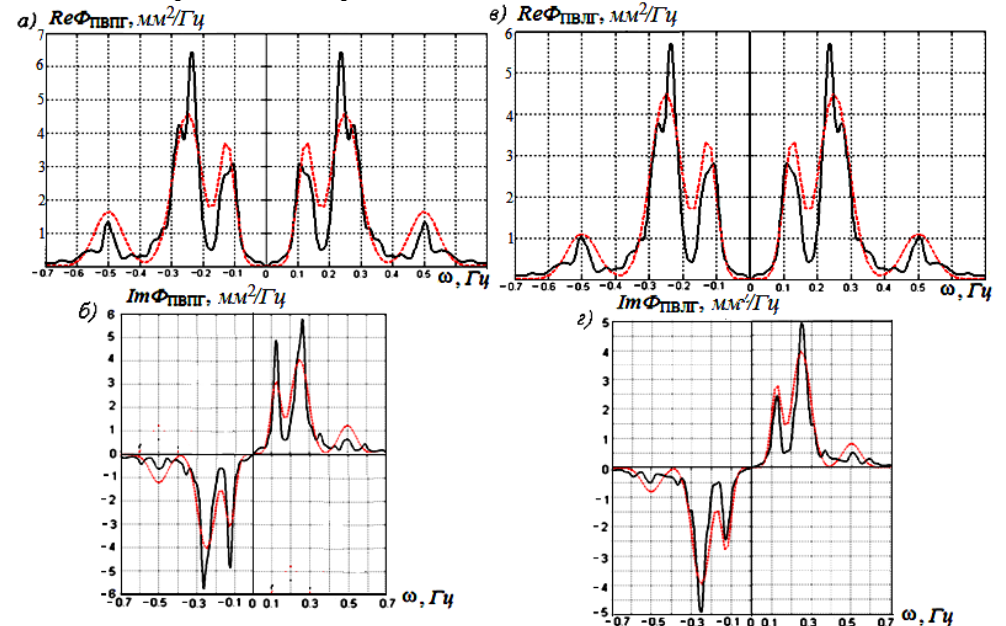
Графики импульсной характеристики (сплошными линиями) и корреляционной функции (пунктирными линиями)



Спектральные плотности неровностей левого рельса вертикальных (а) и правого рельса горизонтальных (б)



Составляющие взаимной спектральной плотности между правой вертикальной и правой горизонтальной неровностями рельсов: а – вещественная; б – мнимая и составляющие взаимной спектральной плотности между правой вертикальной и левой горизонтальной неровностями рельсов: в – вещественная; г – мнимая



На этих рисунках сгенерированные кривые построены сплошными линиями, а построенные по аналитическому выражению пунктирными линиями

4. УТОЧНЕНИЕ МЕТОДИКИ ГЕНЕРАЦИИ ВОЗМУЩЕНИЯ В ЗАДАННОМ ЧАСТОТНОМ ДИАПАЗОНЕ.

4.1 УТОЧНЕНИЕ МОДЕЛИ ВОЗМУЩЕНИЯ

Частотный диапазон колебаний системы изменяется со скоростью движения:

$$f_H < f < f_B,$$

$$\text{где } f = \frac{1}{t} = \frac{v}{x}; f_H = \frac{v}{L_B}; f_B = \frac{v}{L_H},$$

L_H и L_B – низшая и высшая длины волн неровностей, Тогда:

$$L_H = \frac{v}{f_B} < L_{kiusl} < L_B = \frac{v}{f_H}.$$

Для расчёта колебаний системы при выбранной скорости движения v_i необходимо применять возмущения $\|\eta_{kiusl}(x = vt)\|$ специально сформированного для этой скорости движения.

Определим необходимую длину реализации t_p и шаг дискретизации случайного процесса T :

$$t_p = \frac{5 \div 10}{f_H} \quad \text{и} \quad T = \frac{1}{(5 \div 10) f_B},$$

Тогда число точек реализации N_p :

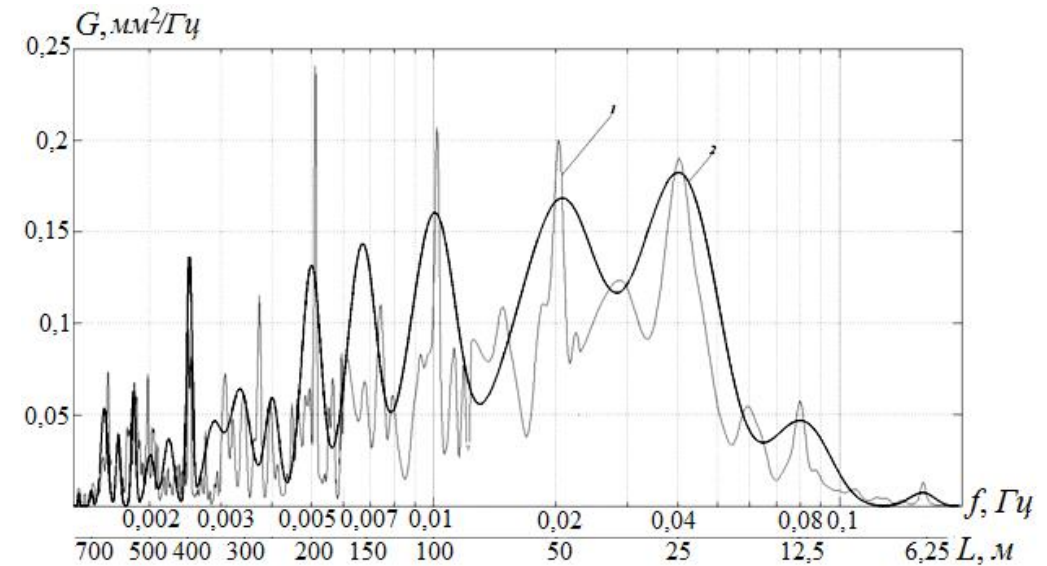
$$N_p = \frac{t_p}{T} = (5 \div 10)^2 \frac{f_B}{f_H} = (25 \div 100) \frac{f_B}{f_H}.$$

Примем N_p равным $2^{12}=4096$.

Наименьшая длина реализации процесса возмущения для скорости 150м/с, необходимая для корреляционно-спектрального анализа при $f_H=0,1\text{Гц}$, равна:

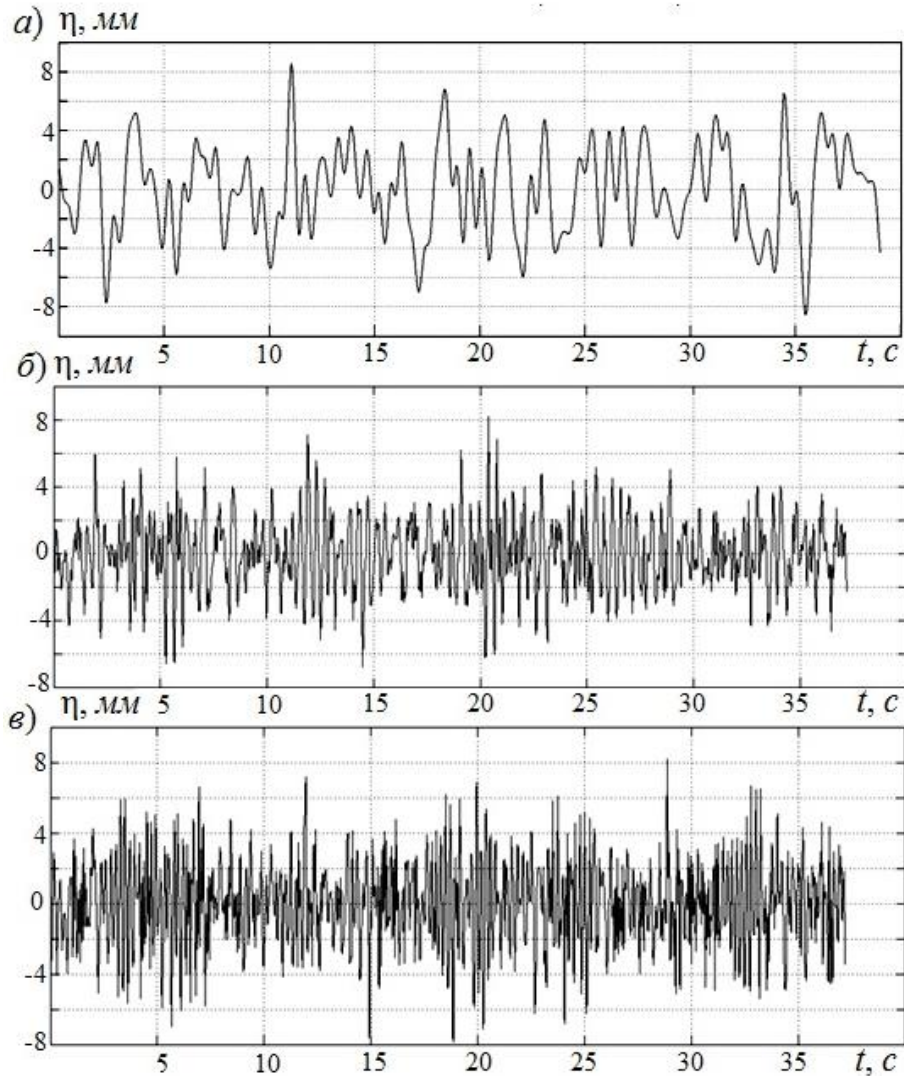
$$L_p = vt_p = 150 \frac{5}{0,1} = 7500 \text{ м.}$$

График спектральной плотности горизонтальной неровности левого рельса: 1 – полученный экспериментально; 2 – построенный по аналитическому выражению

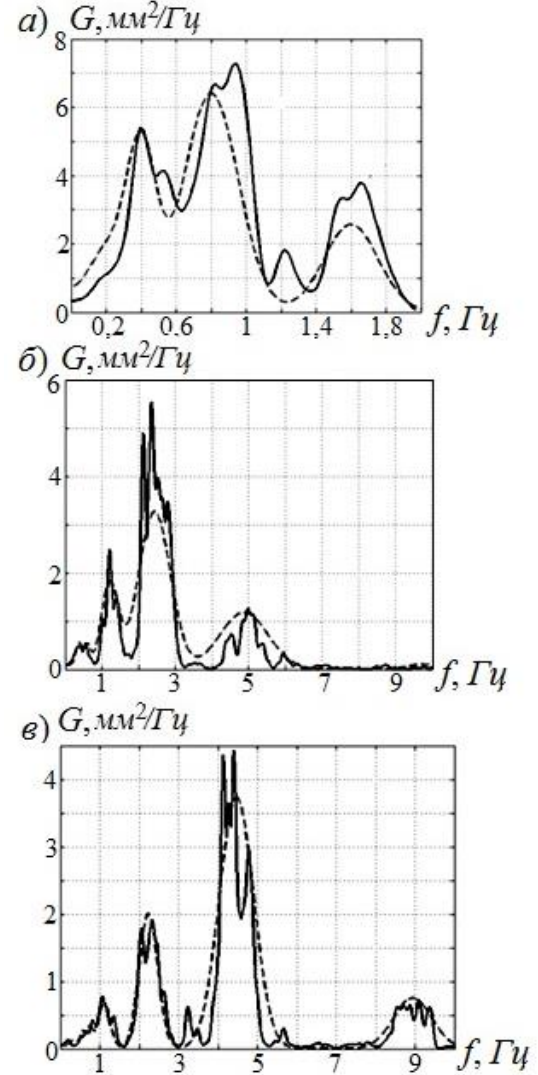


4.2 ПРИМЕРЫ ГЕНЕРАЦИИ ВОЗМУЩЕНИЯ

Графики сгенерированных реализаций случайного процесса горизонтальной неровности левого рельса, построенные для скоростей движения $a - 20\text{ м/с}$, $b - 60\text{ м/с}$, $v - 120\text{ м/с}$



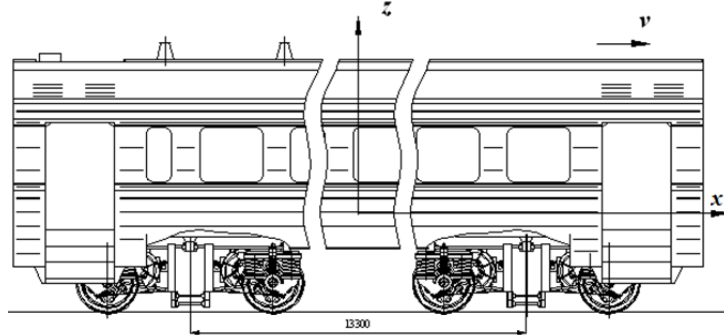
Графики спектральных плотностей горизонтальной неровности левого рельса для решения задач динамики при скоростях движения: $a - 20\text{ м/с}$, $b - 60\text{ м/с}$, $v - 120\text{ м/с}$.



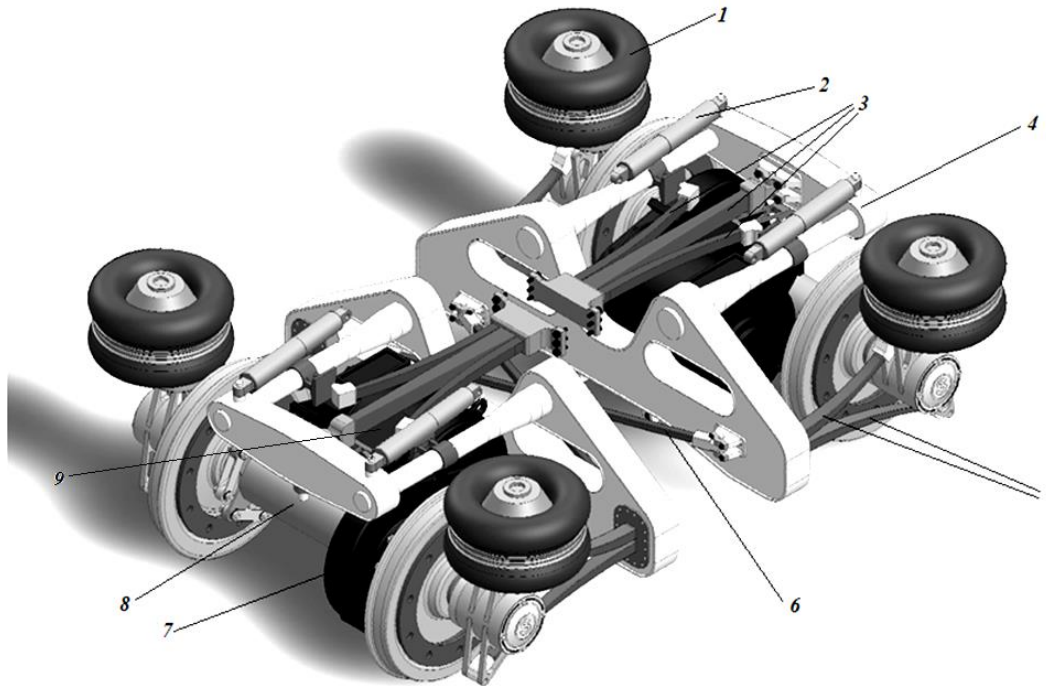
5. РАЗРАБОТКА СХЕМЫ ТЕЛЕЖКИ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО МОТОРНОГО ВАГОНА ЭЛЕКТРОПОЕЗДА

5.1. КОНСТРУКЦИЯ ТЕЛЕЖКИ

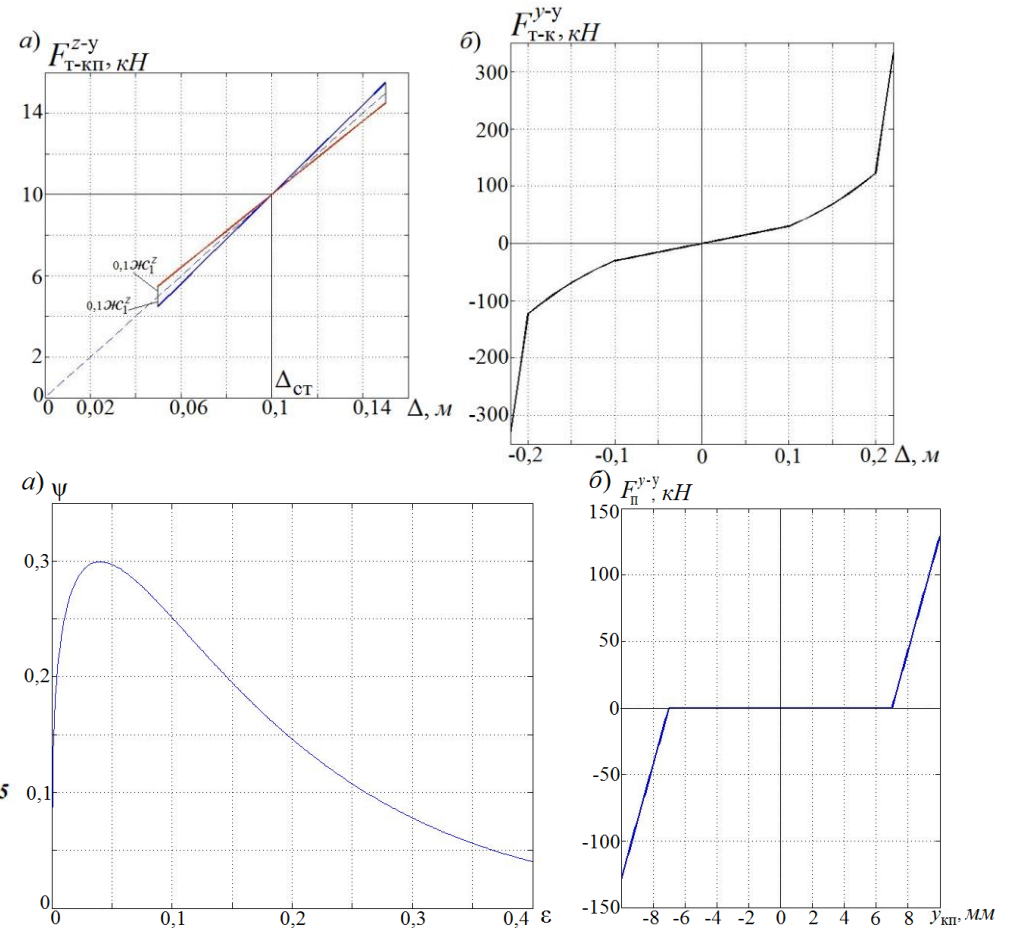
Схема модели моторного вагона электропоезда с осевой формулой 1₀+1₀-1₀+1₀



Тележка с осевой формулой 1₀+1₀ с пневмоподвешиванием



Характеристика жесткости композитной рессоры (а) и возвращающего устройства (б); зависимость коэффициента сцепления от относительного проскальзывания (в), характеристика горизонтальной жесткости пути (г)



Нелинейности в исследуемой модели:

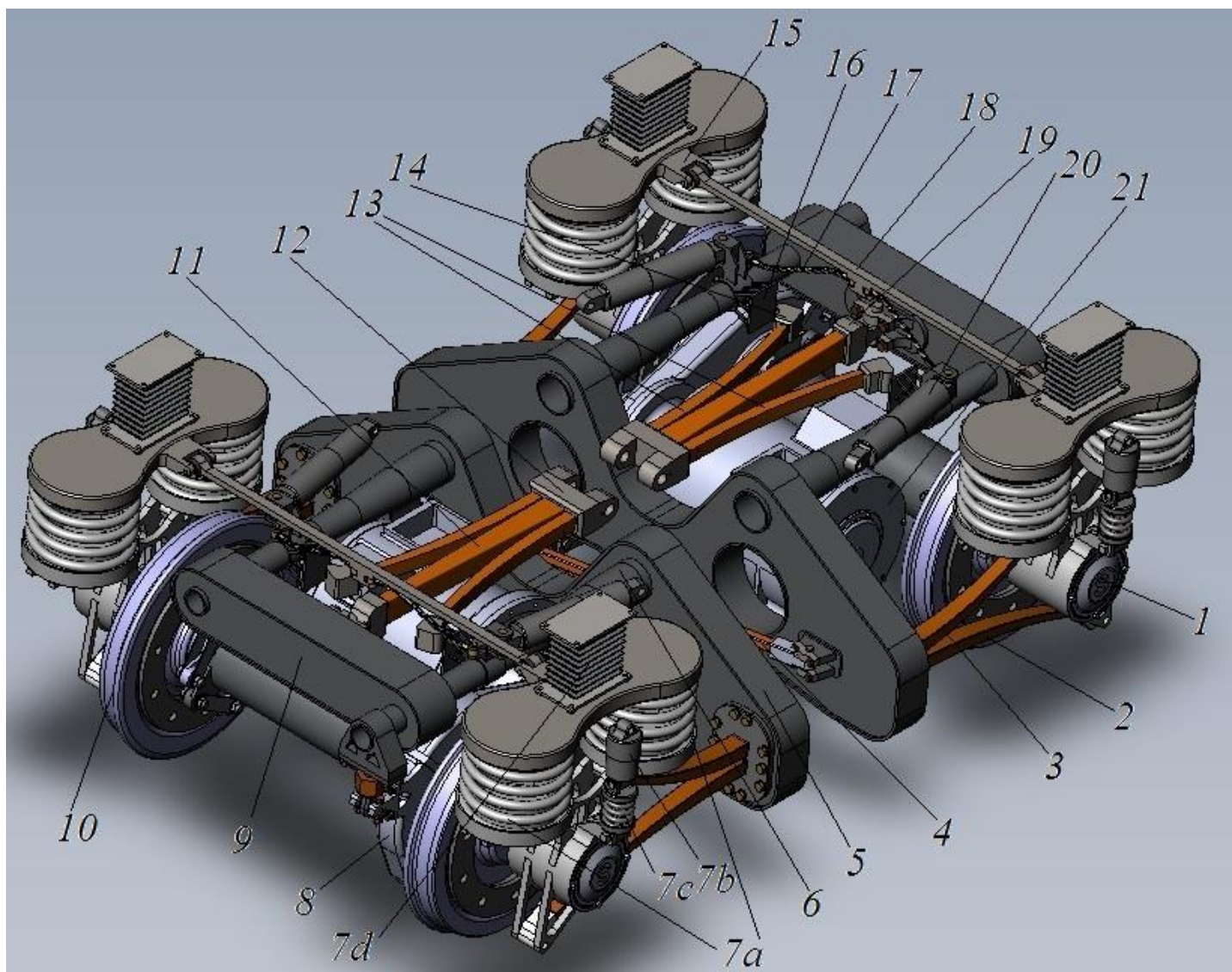


Рис.1 – Тележка для высокоскоростного подвижного с системой из пружин, гасителя и резинометаллического блока в третьей ступени рессорного подвешивания

5.2 КИНЕМАТИЧЕСКИЕ И РАСЧЁТНЫЕ СХЕМЫ

Кинематическая схема экипажа на четырех одноосных тележках:

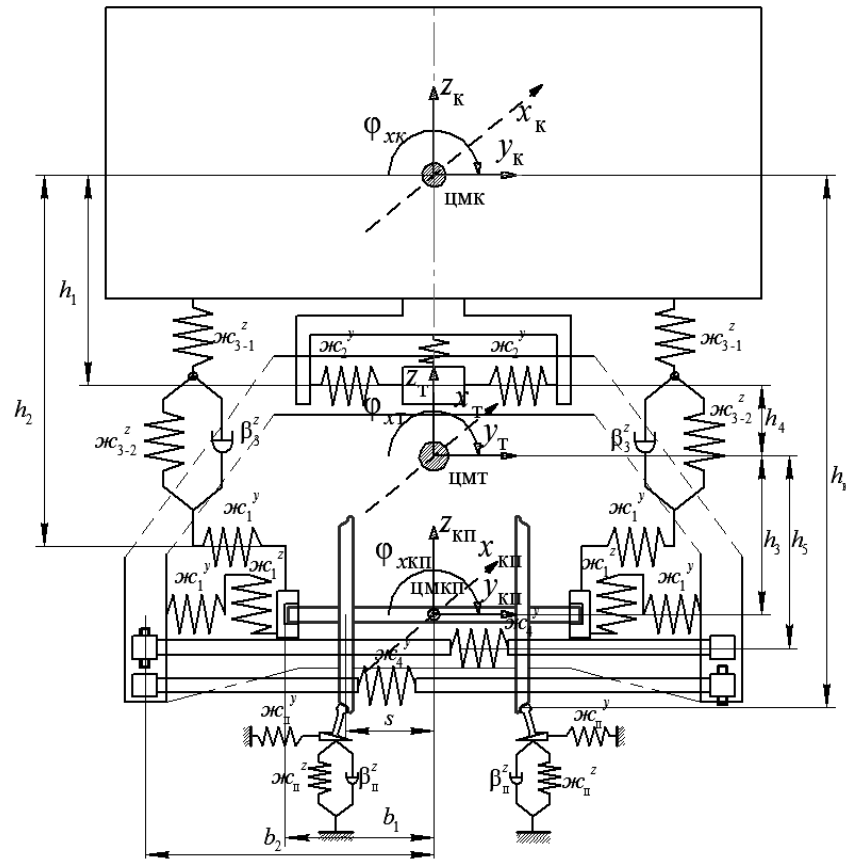


Схема замещения пневморессоры:

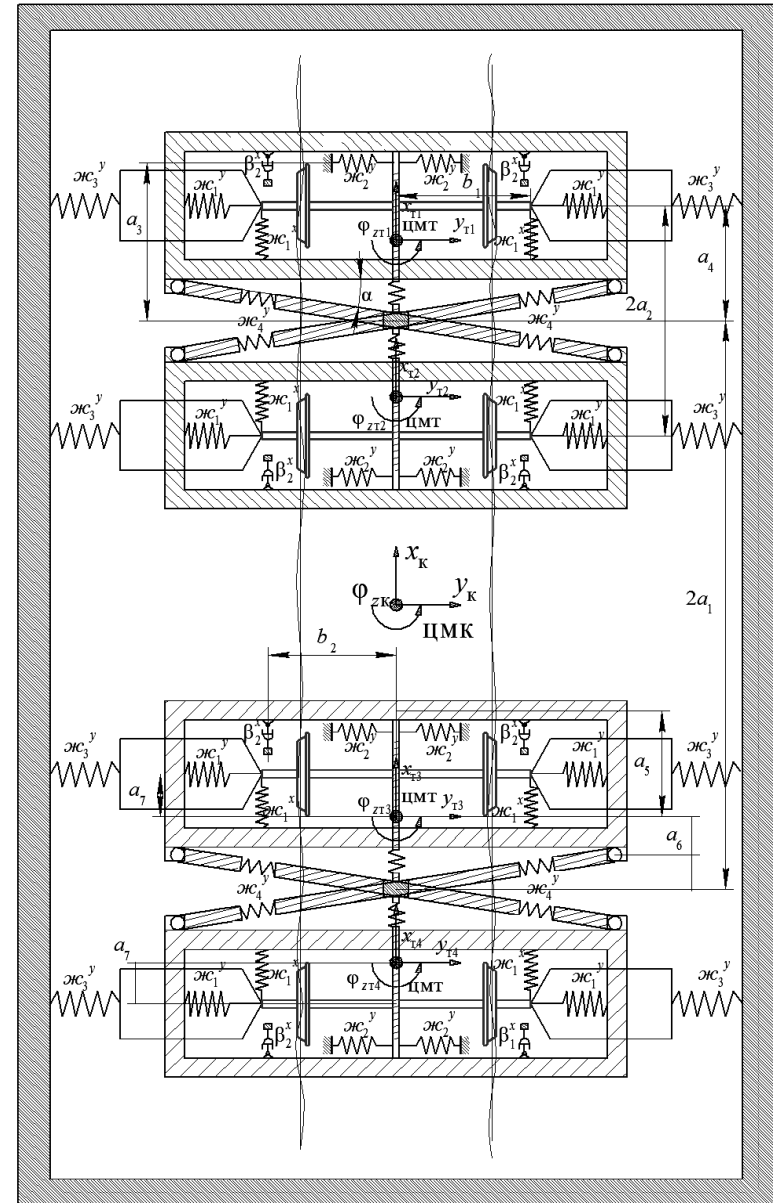
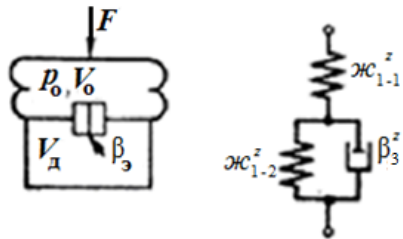


Схема приложения сил к колесной паре :

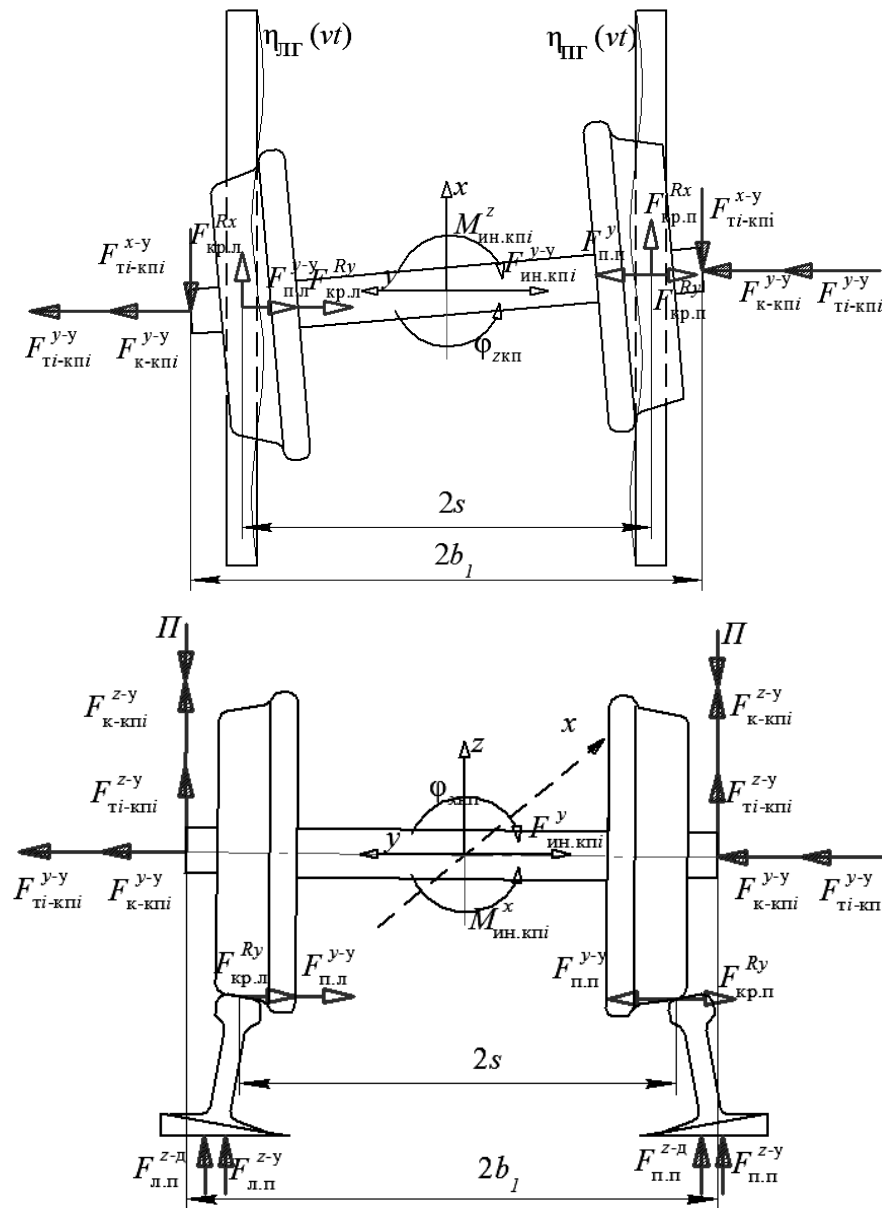


Схема приложения сил к тележке:

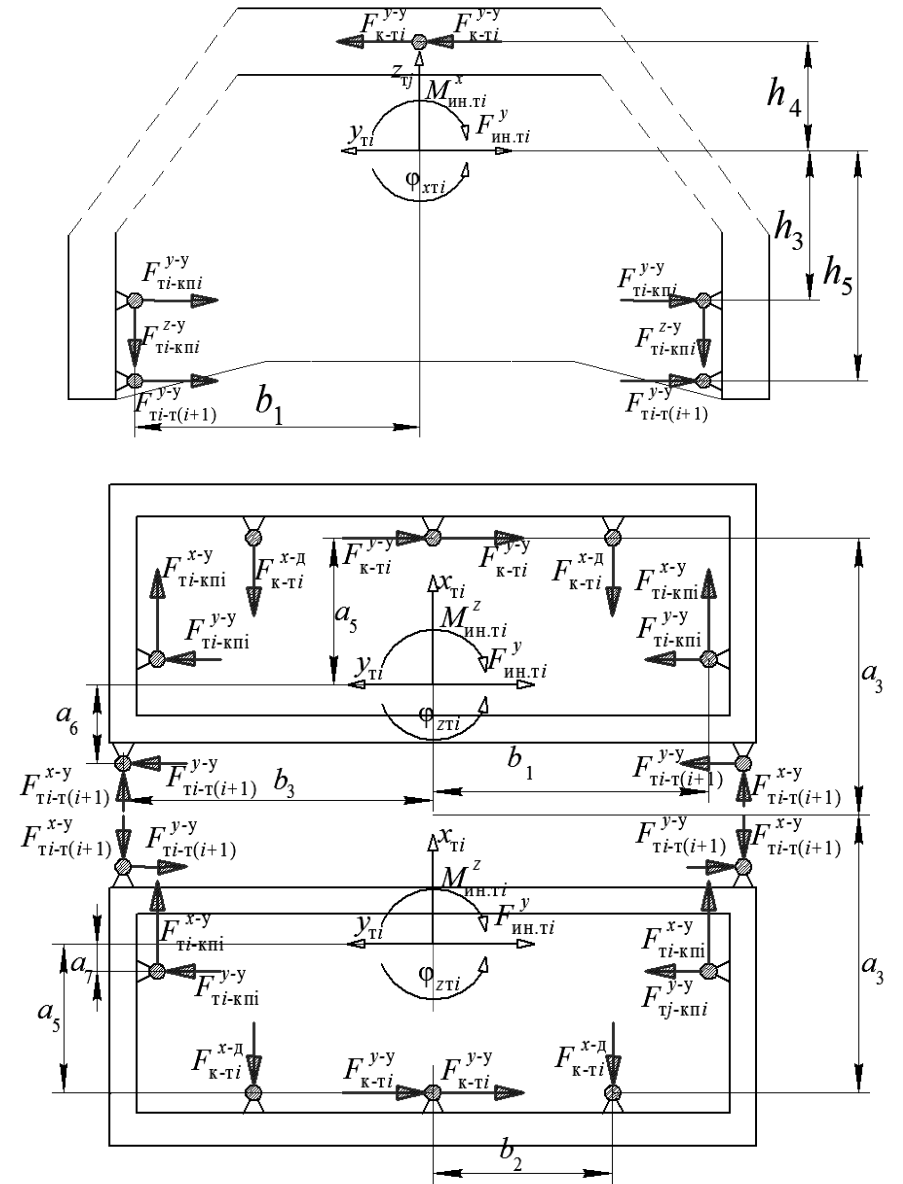
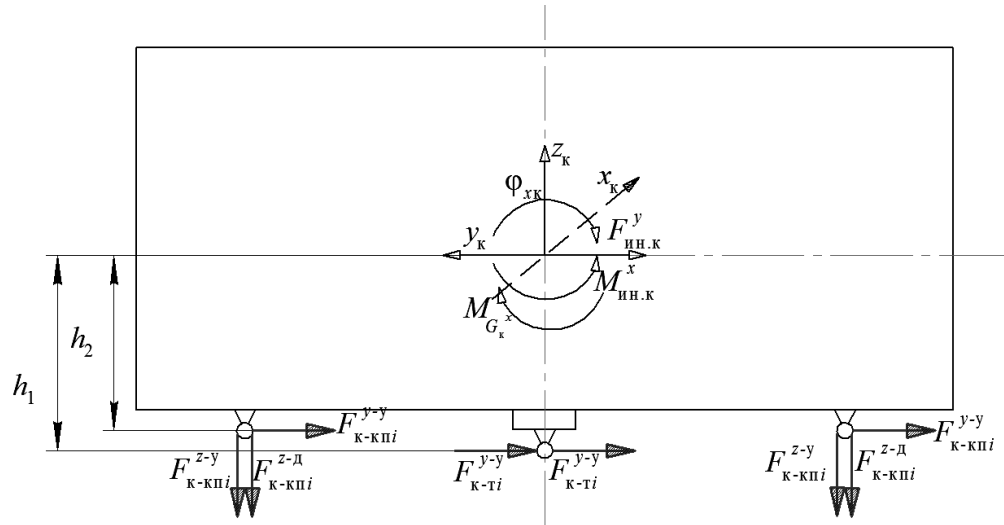
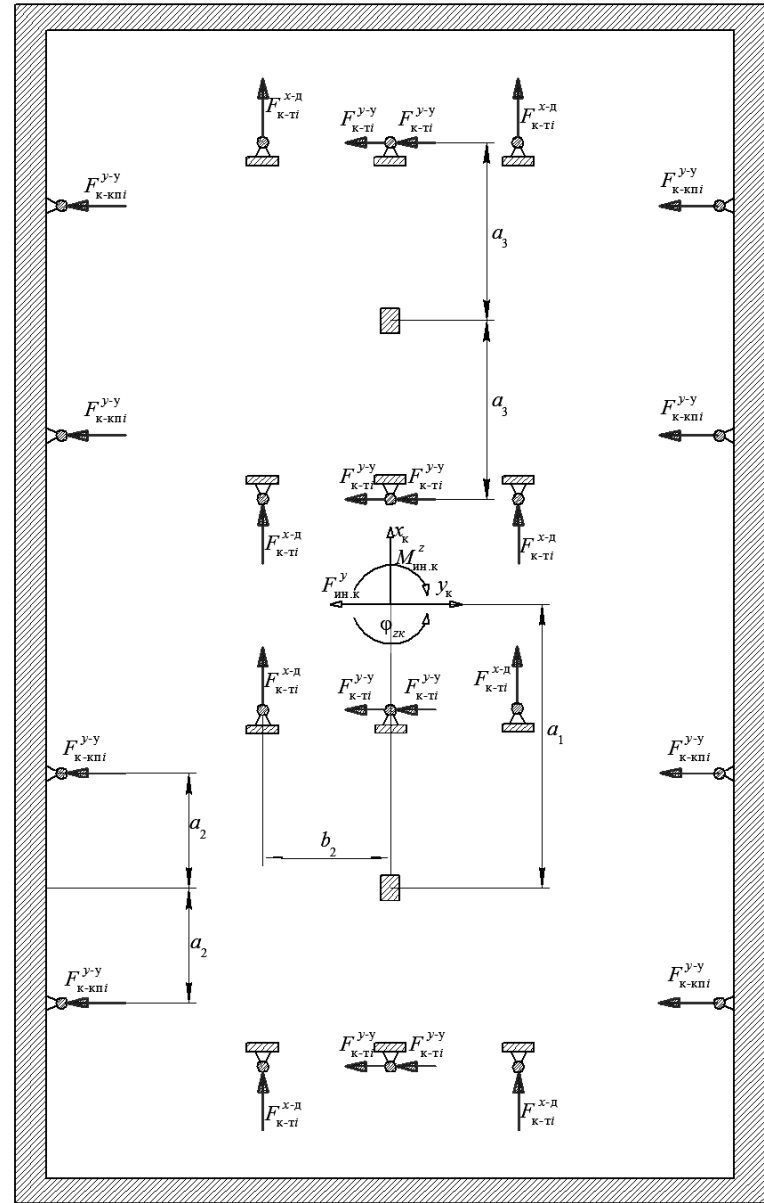
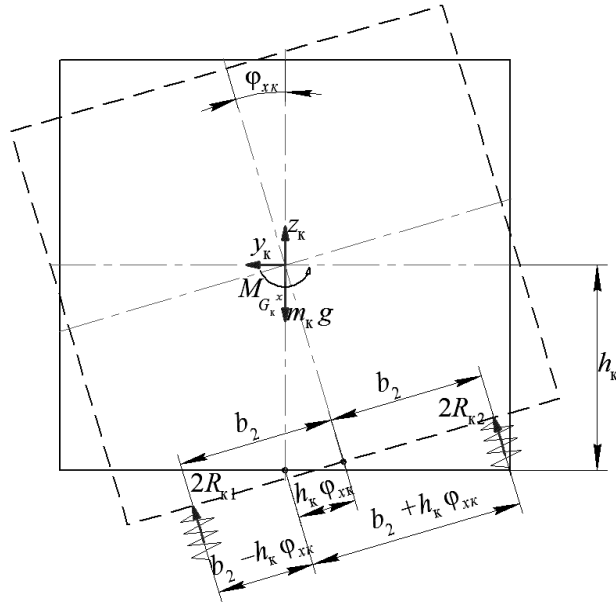


Схема приложения сил к кузову:

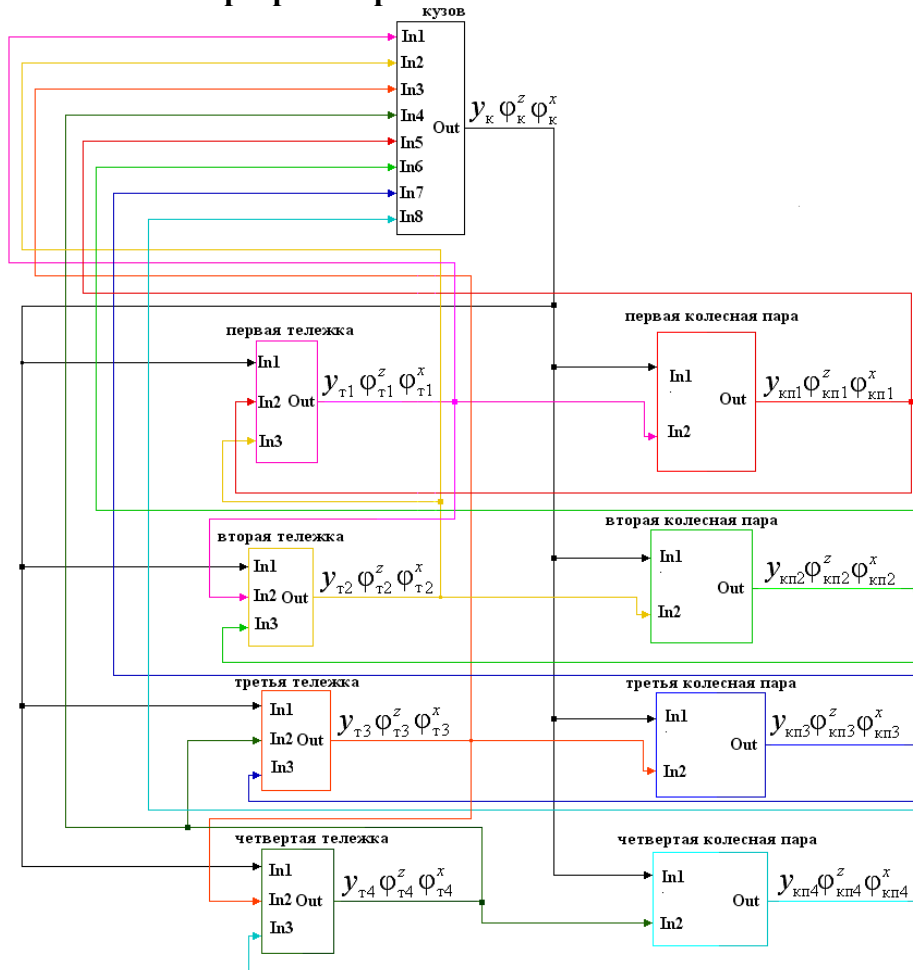


Определение опрокидывающего момента кузова

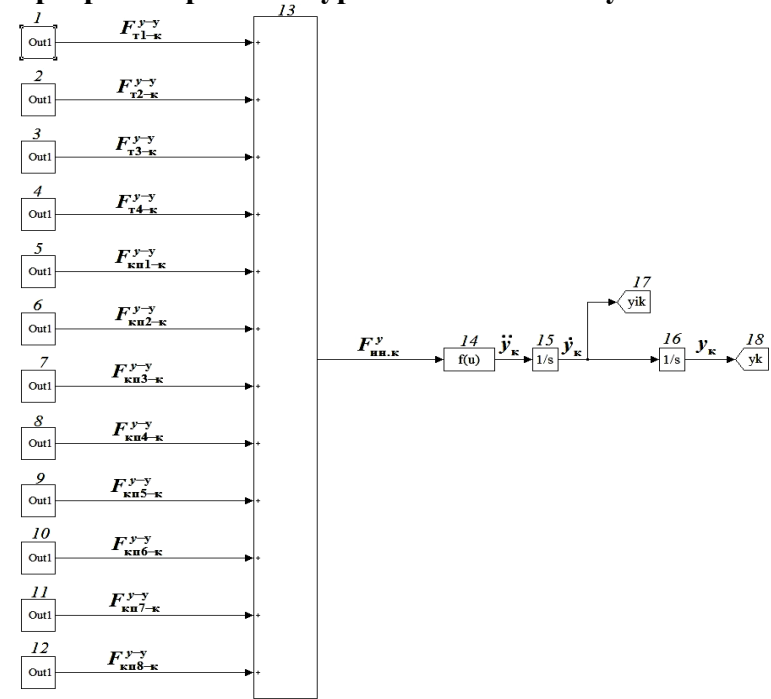


5.3. ПРОГРАММЫ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПАКЕТЕ MatLab – SimuLink

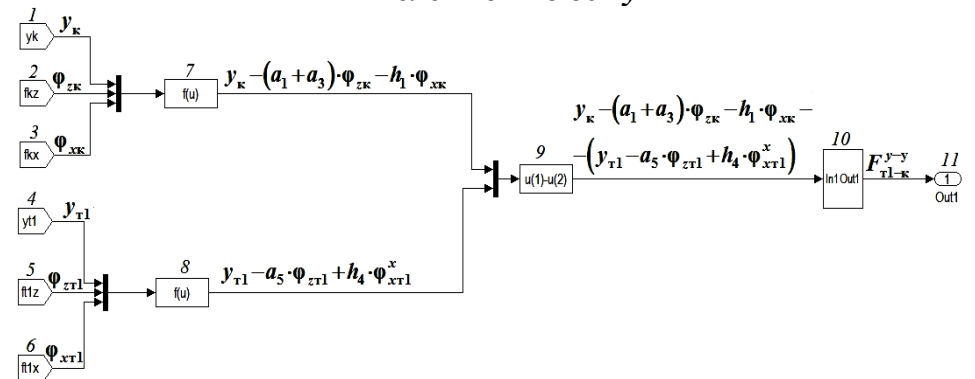
Программа расчёта колебаний экипажа:



Программа решения уравнения отбоя кузова:

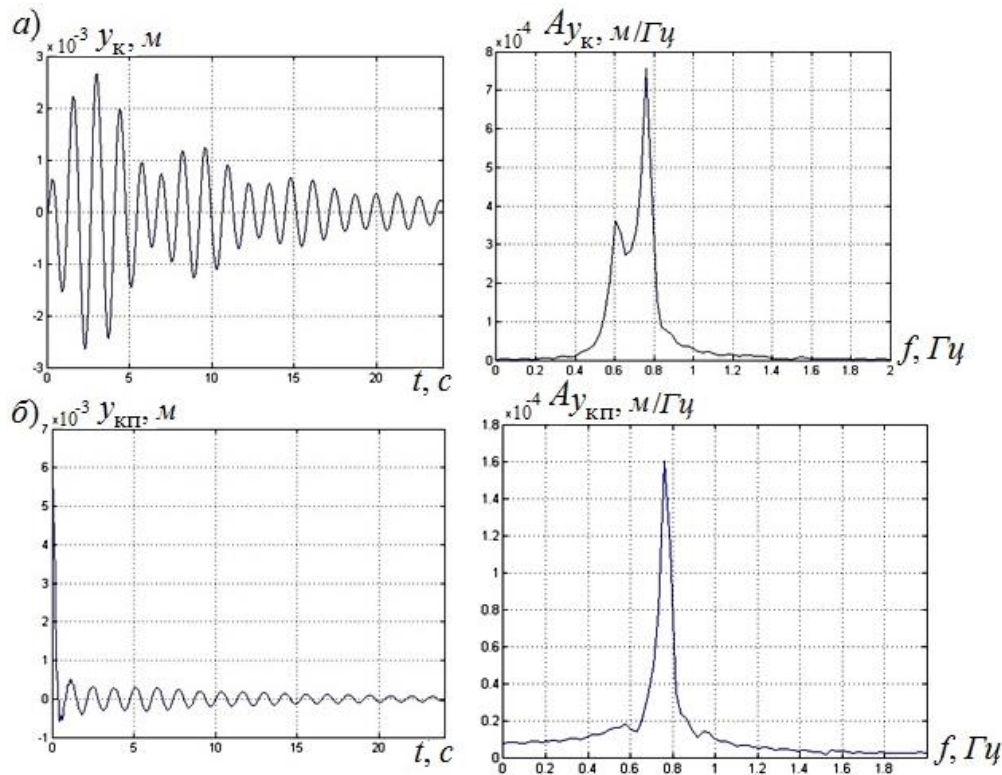


Подпрограмма вычисления упругой силы, между кузовом и тележкой по оси y



5.4. ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ И УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ

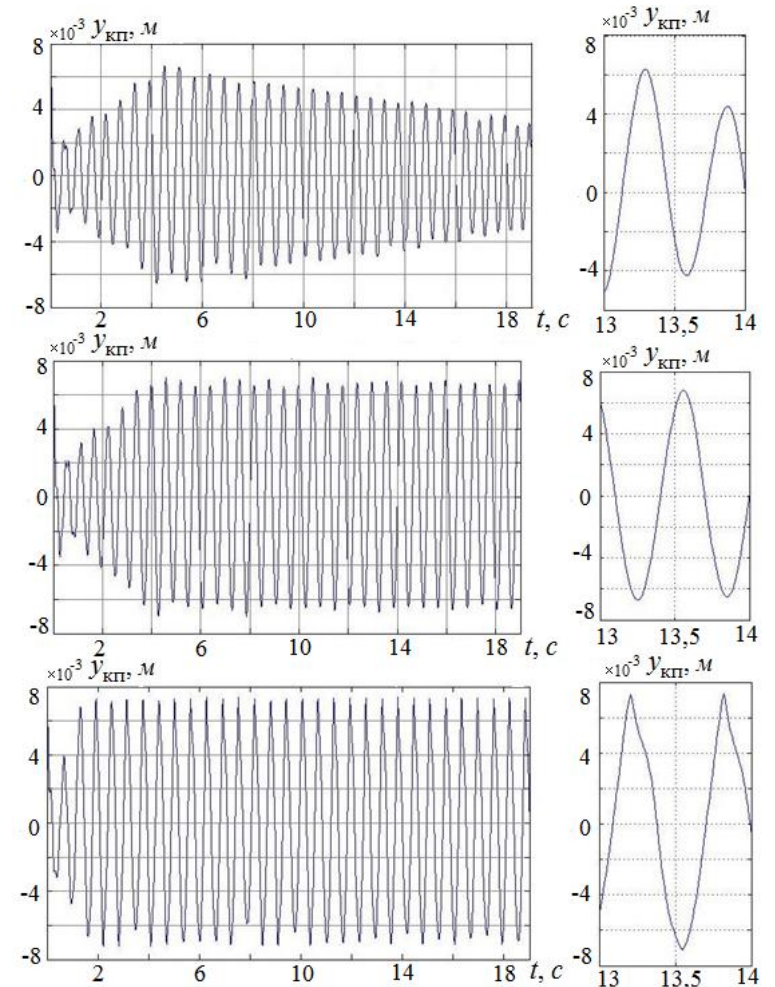
Реализации колебаний отнoса кузова (а) и колесной пары (б) и их амплитудные спектры при скорости движения $v=20$ м/с и с начальным возмущением на первую колесную пару $\eta_0=0,007$ м:



По условию безопасности движения, максимальная скорость, с которой может эксплуатироваться рельсовый экипаж (конструкционная скорость), определяется по формуле:

$$v_k = v_{кр} / \sqrt{3};$$

Реализации колебаний отнoса колесной пары при скорости движения v : меньше критической (а), равной критической (б), больше критической (в):

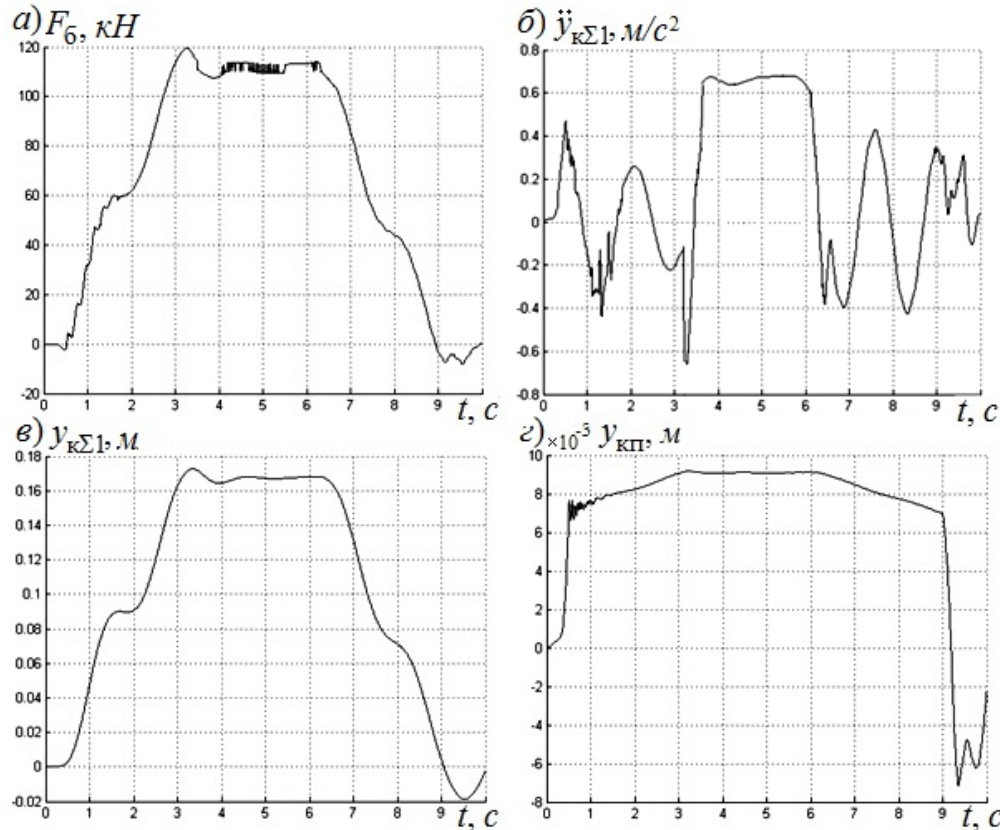


Значения полученной критической скорости движения

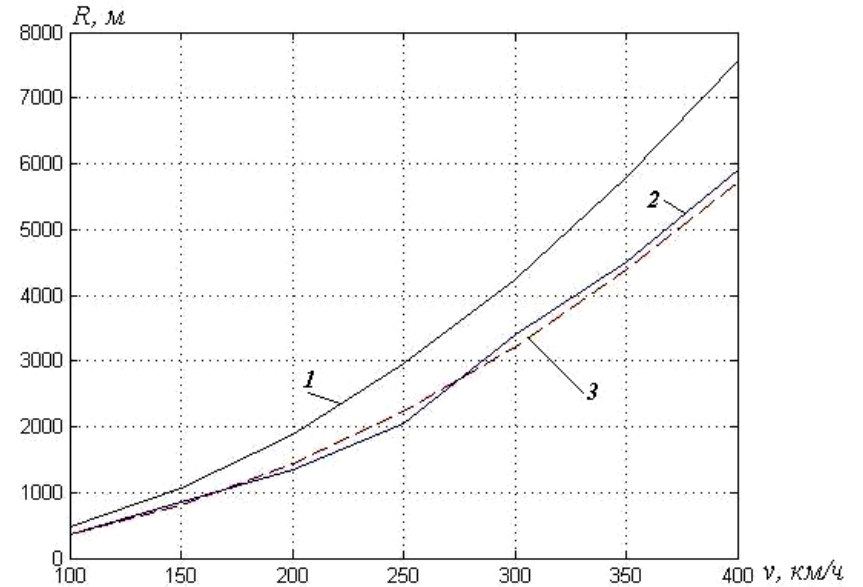
$$v_{кр} = 806 \text{ км/ч.}, \text{ следовательно } v_k = \frac{806}{\sqrt{3}} = 467 \text{ км/ч} = 130 \text{ м/с.}$$

5.5. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ В КРИВОЙ

Реализации боковой силы (а), ускорения кузова в шкворневой точке (б), горизонтального перемещения кузова в шкворневой точке (в), отхода колесной пары (г) вагона на одноосных тележках при прохождении кривой радиуса $R=2050\text{ м}$ при $v=250\text{ км/ч}$



Зависимости радиуса кривой от скорости движения: 1 – для типового экипажа, 2 – полученная экспериментально для вагона на одноосных тележках, 3 – полученная при аппроксимации экспериментальной зависимости



Зависимость 2 довольно точно аппроксимируется выражением $v_{\text{max}} = 5,29\sqrt{R}$ или $R = v_{\text{max}}^2 / 28$ (кривая 3), тогда как для экипажа на типовых двухосных тележках $v_{\text{max}} = 4,6\sqrt{R}$ или $R = v_{\text{max}}^2 / 21,16$, поэтому при одинаковой скорости движения экипажу на одноосных тележках требуются кривые радиусом на 25% меньше, чем типовым экипажам.

6. РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ РЕЛЬСОВОГО ЭКИПАЖА С НЕЛИНЕЙНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ РЕССОРНОГО ПОДВЕШИВАНИЯ.

Выполнялась генерация:

$N_k=4096$ реализаций возмущения;

$N_p=12\ 288$ точек в каждой реализации;

$\|N\|=50\ 331\ 648 \times 4$ точек для четырёх реализаций возмущения.

Для каждой из 50 331 648 точек четырёх реализаций выполнялось численное интегрирование системы дифференциальных уравнений, описывающей боковые механические колебания исследуемого экипажа.

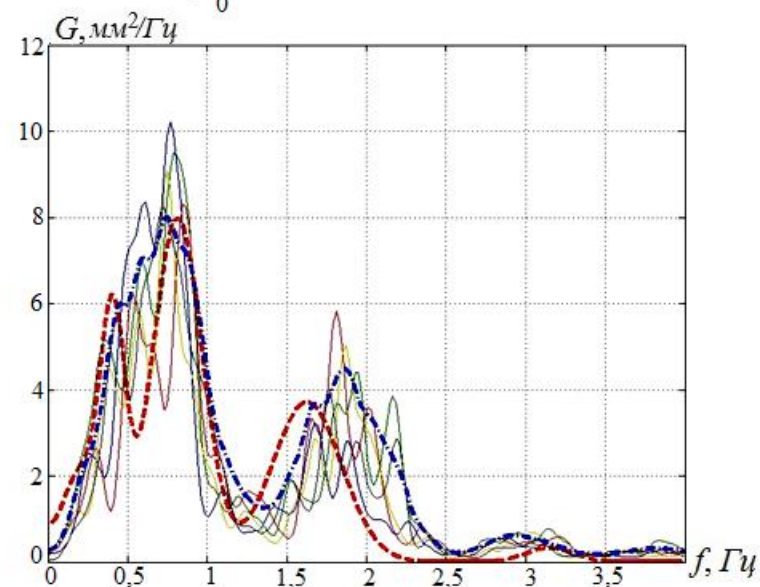
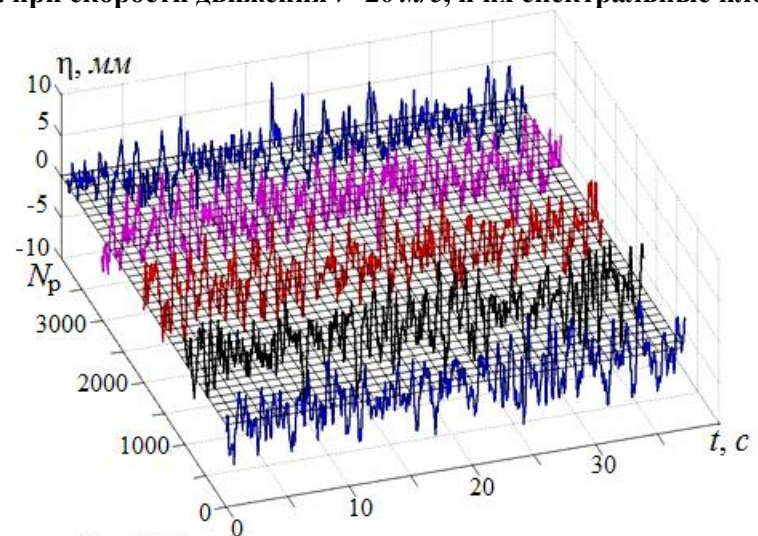
Полученные реализации колебательных процессов можно представить как функции двух аргументов t_1 и t_2 , считая, что каждая последующая реализация сдвинута относительно предыдущей на время $\Delta t_2 = 3T$.

В этом случае длительность реализации:

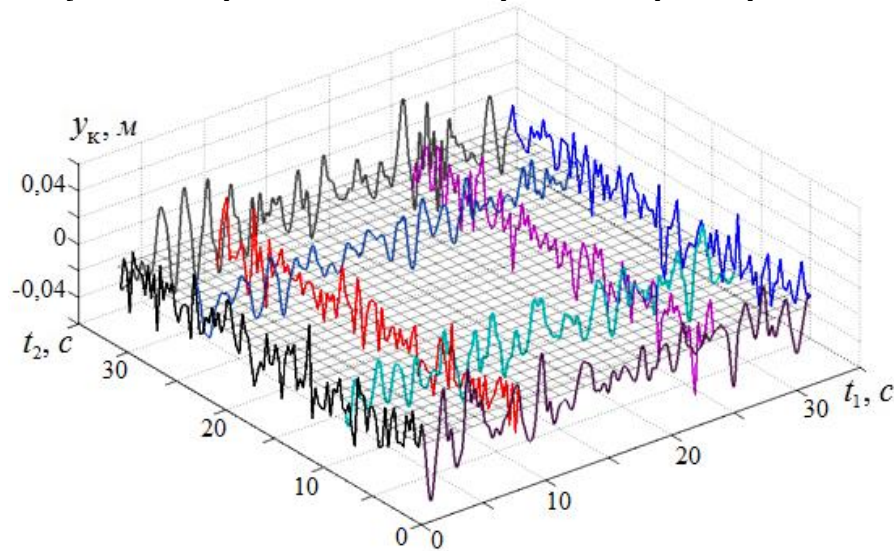
$$t_{p2} = N_k \Delta t_2 = 4096 \times 0,93c = 38,098c;$$

$$t_{p1} = N_p \Delta t_1 = 12288 \times 0,31c = 38,098c.$$

Реализации сгенерированных горизонтальных неровностей левого рельса при скорости движения $v=20$ м/с, и их спектральные плотности



Графики реализаций случайных процессов колебаний относительного прогиба кузова моторного вагона электропоезда при скорости 20 м/с

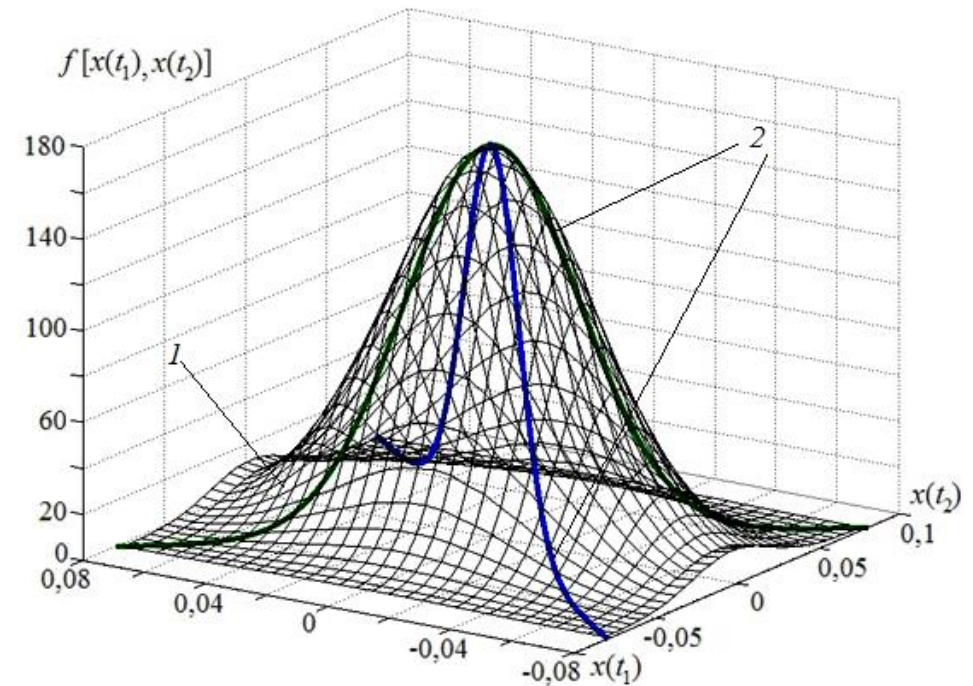


Для описания нестационарного случайного процесса необходимо получить двумерную плотность распределения $f[y_k(t_1), y_k(t_2)]$ мгновенных значений исследуемого случайного процесса $y_k(t_1, t_2)$, его корреляционную функцию $R_y(t_1, t_2)$ и спектральную плотность $G_y(f_1, f_2)$, вычисляемые по формулам:

$$R_y(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y_k(t_1) y_k(t_2) f[y_k(t_1), y_k(t_2), t_1, t_2] dy_k(t_1), dy_k(t_2)$$

$$G_y(f_1, f_2) = \int_0^{\frac{1}{4} N_k} \int_0^{\frac{1}{4} N_p} R_y(t_1, t_2) e^{-j2\pi f_1 t_1} e^{-j2\pi f_2 t_2} dt_1 dt_2 = \int_0^{\frac{1}{4} N_k} \int_0^{\frac{1}{4} N_p} R_y(t_1, t_2) (\cos 2\pi f_1 t_1) (\cos 2\pi f_2 t_2) dt_1 dt_2$$

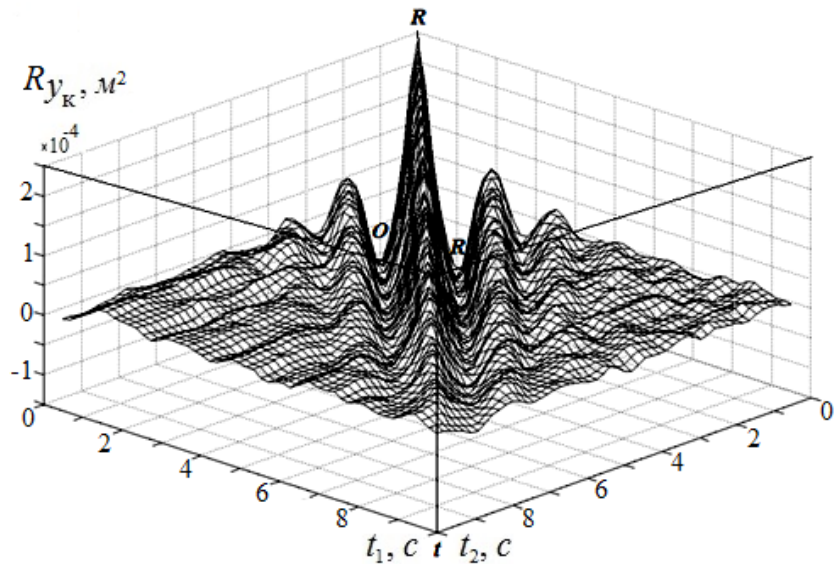
Двумерная плотность вероятностей нестационарных случайных колебаний относительного прогиба кузова при скорости 20 м/с: 1 – статистическая; 2 – теоретическая



Сглаживание такого двумерного статистического распределения для исследуемых процессов может быть выполнено двумерным законом Гаусса:

$$f[y_k(t_1), y_k(t_2)] = \frac{1}{2\pi S_y^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2S_y^2} \left([y_k(t_1, \text{при } t_2 = \text{const})]^2 + [y_k(t_2, \text{при } t_1 = \text{const})]^2 \right) \right\}$$

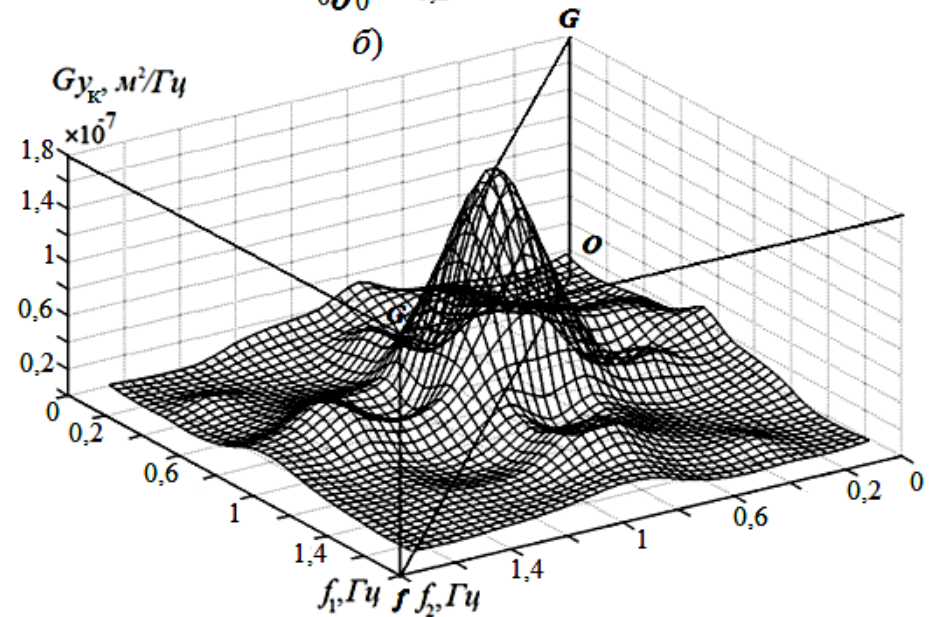
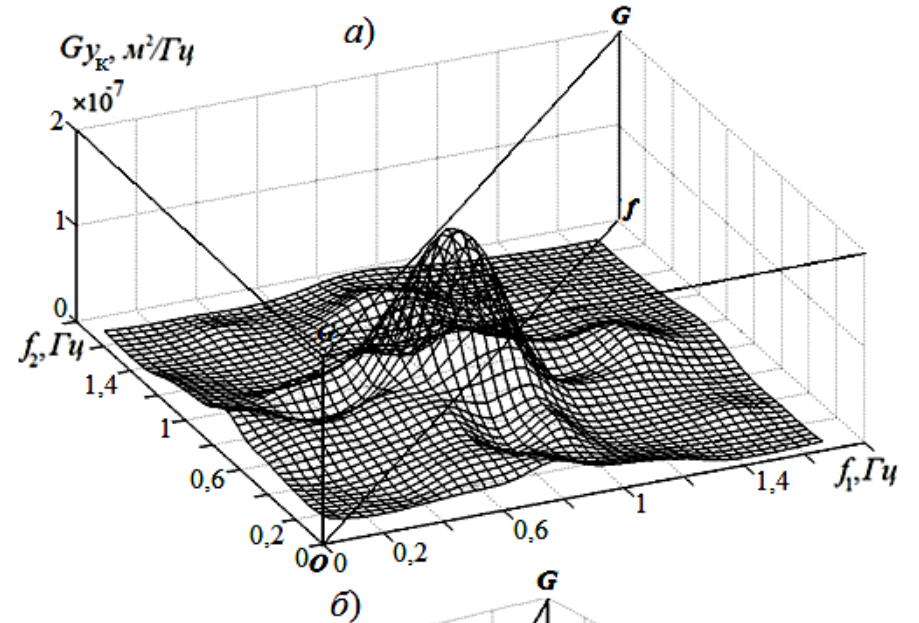
Корреляционная функция нестационарных случайных колебаний отбоя кузова при $V=20\text{ м/с}$



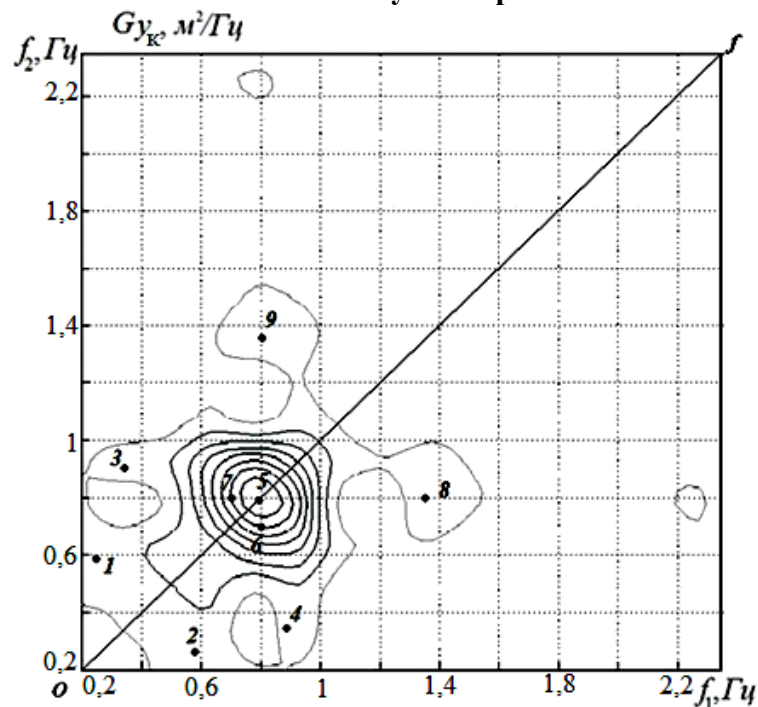
Спектральная плотность $G_y(f_1, f_2)$ колебаний отбоя кузова в диапазоне частот имеет вид неотрицательной поверхности, симметричной относительно плоскости $OGGf$ с рядом максимумов.

Более наглядное представление о количестве максимумов спектральной плотности колебаний отбоя кузова и их координатах f_{16i} и f_{26i} можно получить на виде $G_y(f_1, f_2)$ сверху.

Спектральная плотность нестационарных случайных колебаний отбоя кузова при скорости 20 м/с : а – вид из начала; б – вид из конца оси координат



Вид сверху на спектральную плотность нестационарных случайных колебаний относительного кузова при $V=20\text{ м/с}$

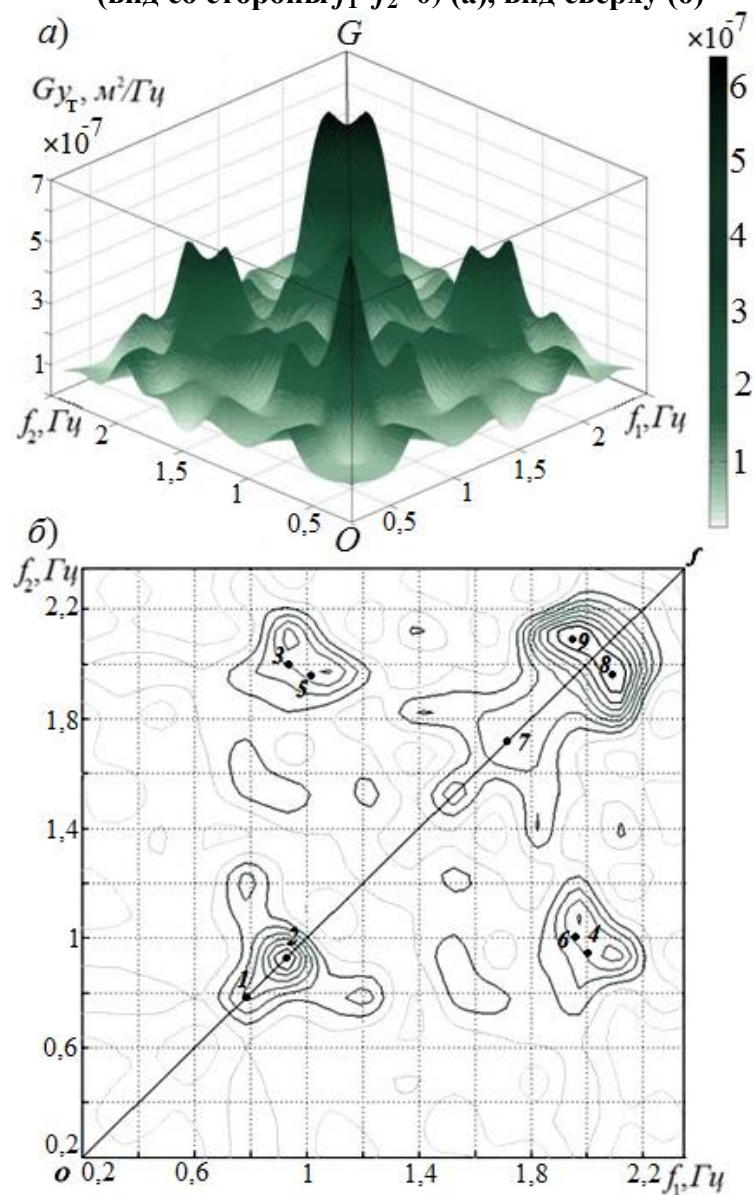


Частоты боковых максимумов спектральной плотности колебаний относительного кузова имеют следующие приближённые соотношения:

$$\frac{f_{1-2}}{f_{1-1}} = \frac{f_{2-2}}{f_{2-1}} = \frac{0,59}{0,24} \approx 2; \quad \frac{f_{8-2}}{f_{8-1}} = \frac{f_{9-1}}{f_{9-2}} = \frac{1,36}{0,80} \approx 2;$$

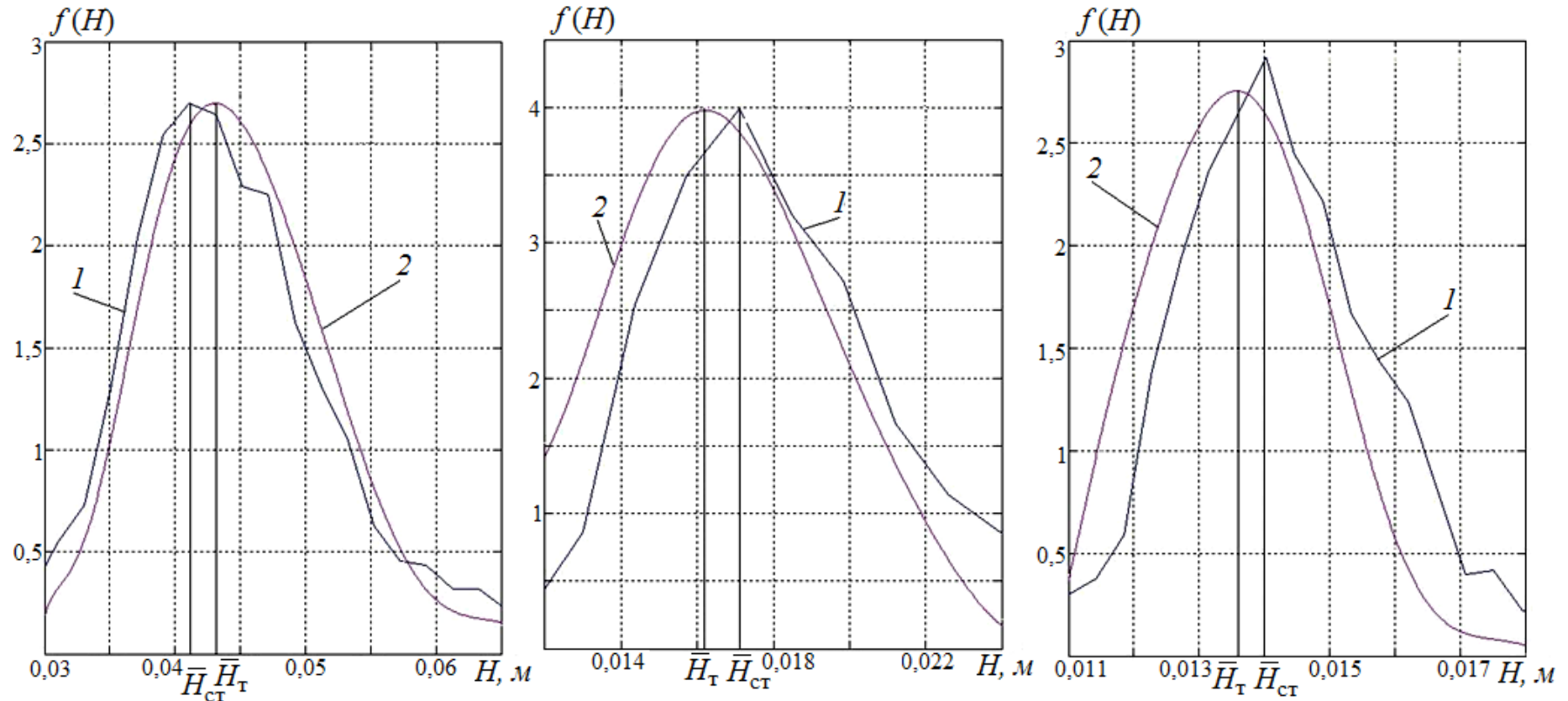
$$\frac{f_{3-2}}{f_{3-1}} = \frac{f_{4-1}}{f_{4-2}} = \frac{0,91}{0,35} \approx 3;$$

Спектральная плотность нестационарного случайного процесса колебаний относительного тележки моторного вагона электропоезда при 20 м/с (вид со стороны $f_1=f_2=0$) (а), вид сверху (б)



Распределение абсолютных максимумов процессов относ: кузова (а), тележки (б), колесной пары (в)

1 – статистическое; 2 – теоретическое



Для сглаживания статистических распределений было использовано выражение закона Гумбеля для распределения крайних значений случайной величины вида:

$$f(H_{\text{cti}}) = \frac{d}{dH_{\text{cti}}} \exp \left\{ -f_{ei} t_{pi} \exp \left[-\frac{(H_i - \bar{H}_{\text{cti}})^2}{S_i^2} \right] \right\}$$

где \bar{H}_{cti} – среднее значение абсолютного максимума

$$\bar{H}_{\text{cti}} = \int_0^{\infty} H f(H) dH,$$

которое можно также определить по приближённой формуле Г. Крамера:

$$\bar{H}_{\text{ti}} = S_i \left(\sqrt{2 \ln f_{ei} t_{pi}} + 1 / \sqrt{2 \ln f_{ei} t_{pi}} \right)$$

7. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ РЕССОРНОГО ПОДВЕШИВАНИЯ РЕЛЬСОВОГО ЭКИПАЖА.

7.1 МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ

Для оценки боковых колебаний исследуемой модели вагона электропоезда одноосных тележках, были приняты следующие величины показателей динамических качеств (ПДК):

$[\ddot{y}_ш] = 0,3g$; $[\kappa_d^{K-T}] = 0,3$; $[\kappa_d^{T-KП}] = 0,3$; $[\kappa_d^{K-KП}] = 0,3$ и $[C] = 3,25$ – при удовлетворительном; $[C] = 3,0$ – при хорошем; $[C] = 2,8$ – при отличном качестве хода.

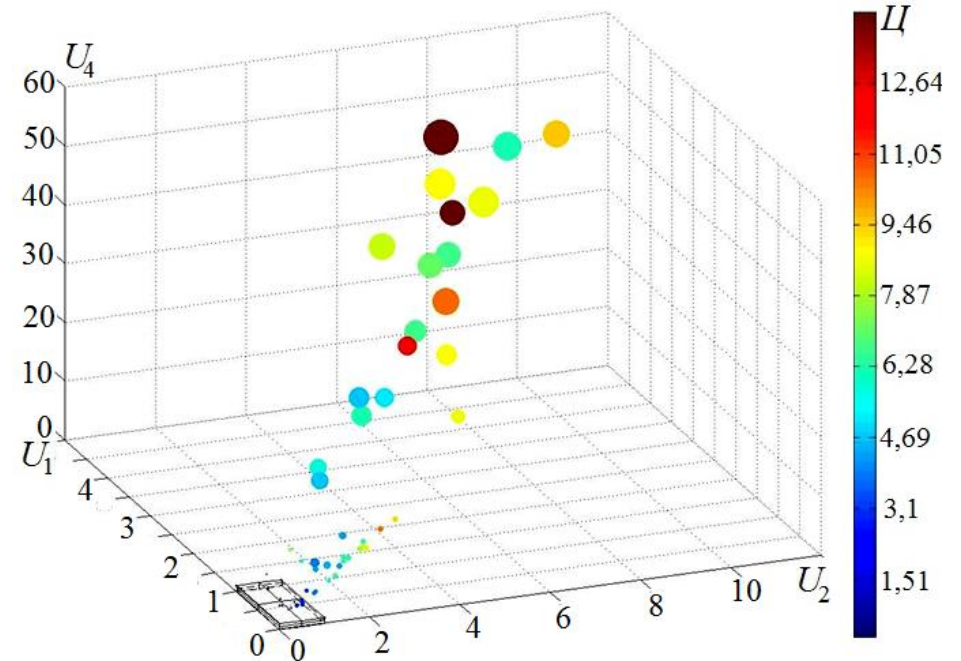
В качестве целевой функции была принята суммарная интенсивность выбросов случайных процессов показателей качества $u_i(t)$ за допустимую область качества, образованную значениями $[u_i]$:

$$Ц_1 = \sum_{i=1}^m f_e(u_i) \exp \left\{ -\frac{[u_i]}{2S(u_i)} \right\}.$$

Решение задачи оптимизации выполнялось методом Нелдера – Мида. Всего было проведено $K=90$ циклов расчета, по 625 расчетов в цикле, т. е. всего было проведено $N=56250$ расчетов целевой функции. Расчеты проводились при скорости движения экипажа $v=110$ м/с.

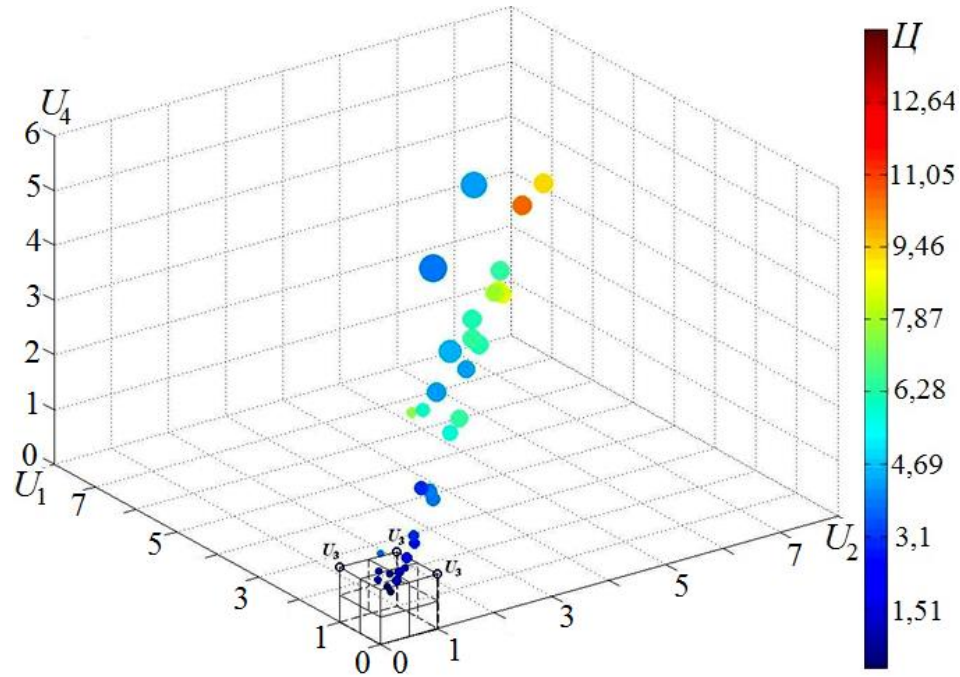
7.2 РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

Множество решений задачи оптимизации в пятимерном пространстве качества

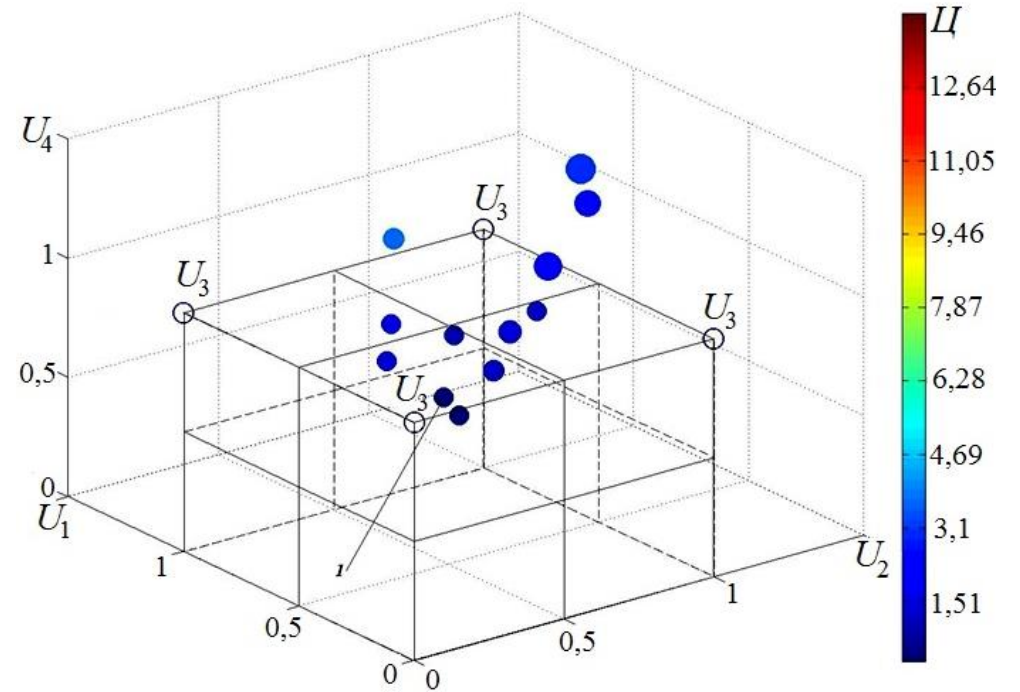


В этом пространстве, каждый кружок соответствует совокупности нормированных значений ПДК U_1 , U_2 и U_4 , диаметр кружка – соответствует величине показателя U_3 , а цвет – значению целевой функции $Ц$

Множество решений задачи оптимизации в пятимерном пространстве качества для некоторых номеров расчета из совокупностей 20000 - 56250



Множество решений задачи оптимизации в пятимерном пространстве качества для некоторых номеров расчета из совокупностей 37000 – 56250



8. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЭКИПАЖА С ОПТИМАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ РЕССОРНОГО ПОДВЕШИВАНИЯ

Вычислялись:

- относны кузова y_k , первой тележки $y_{т1}$ и первой колесной пары $y_{кп1}$;
- суммарные горизонтальные перемещения кузова в точках крепления первой и второй тележек к кузову:

$$y_{\Sigma k1} = y_k - a_1 \varphi_k^z - h_1 \varphi_k^x,$$

а также третьей и четвёртой тележек к кузову:

$$y_{\Sigma k2} = y_k + a_1 \varphi_k^z - h_1 \varphi_k^x;$$

- суммарные горизонтальные ускорения кузова в точках крепления первой и второй тележек к кузову:

$$\ddot{y}_{\Sigma k} = \ddot{y}_k - a_1 \ddot{\varphi}_k^z - h_1 \ddot{\varphi}_k^x,$$

а также третьей и четвёртой тележек к кузову:

$$\ddot{y}_{\Sigma k2} = \ddot{y}_k + a_1 \ddot{\varphi}_k^z - h_1 \ddot{\varphi}_k^x;$$

- суммарные горизонтальные перемещения тележек в местах крепления продольных тяг

$$y_{\Sigma T1} = y_T + (-1)^i a_5 \varphi_T^z + h_4 \varphi_T^x,$$

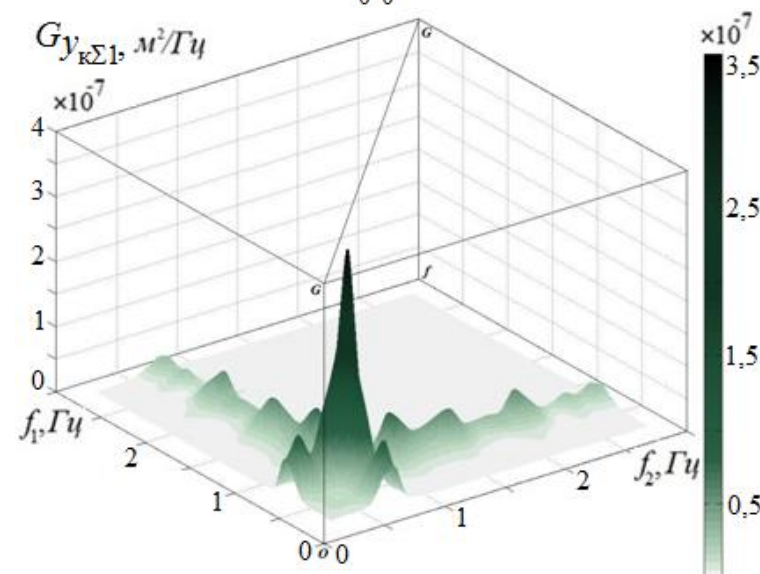
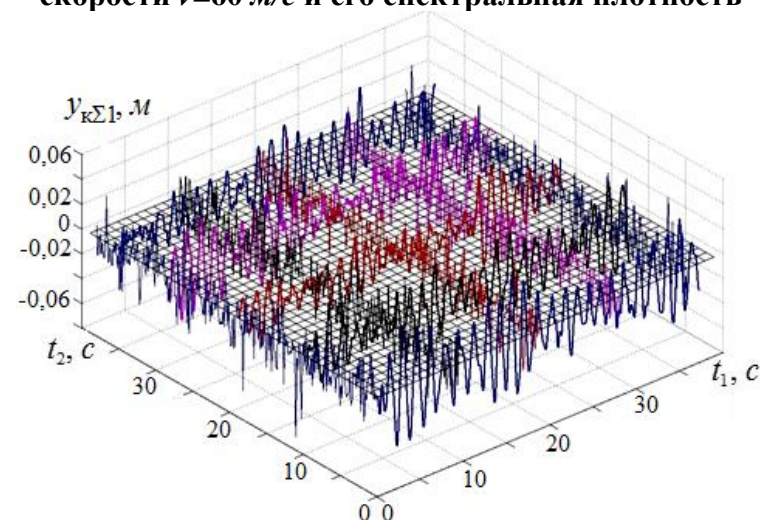
где $i = 1, 2, \dots$ – номер тележки

- суммарные горизонтальные перемещения тележек в точке крепления листовых рессор:

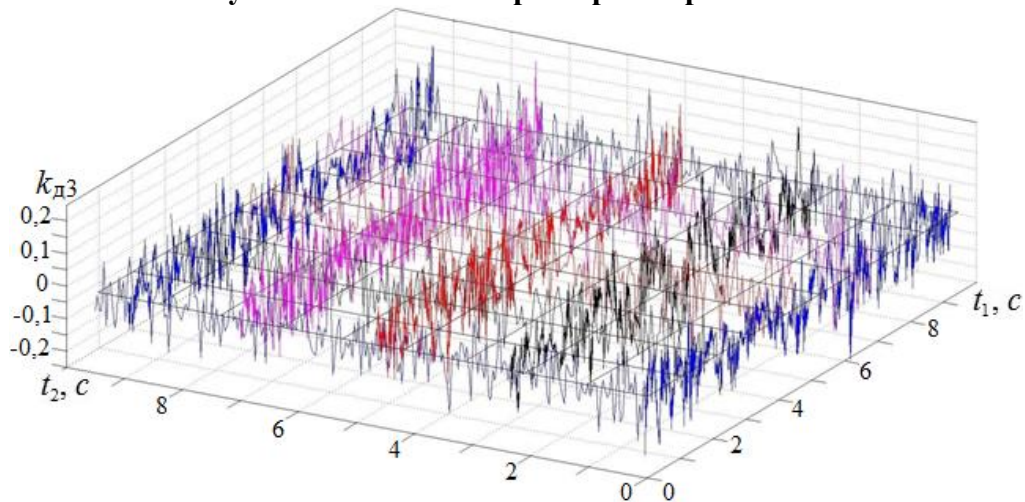
$$y_{\Sigma T2} = y_T - (-1)^i a_7 \varphi_T^z + h_3 \varphi_T^x;$$

- коэффициенты динамики в связях тележек с буксами $k_{д1}$, кузова с тележками $k_{д2}$, кузова с буксами $k_{д3}$.

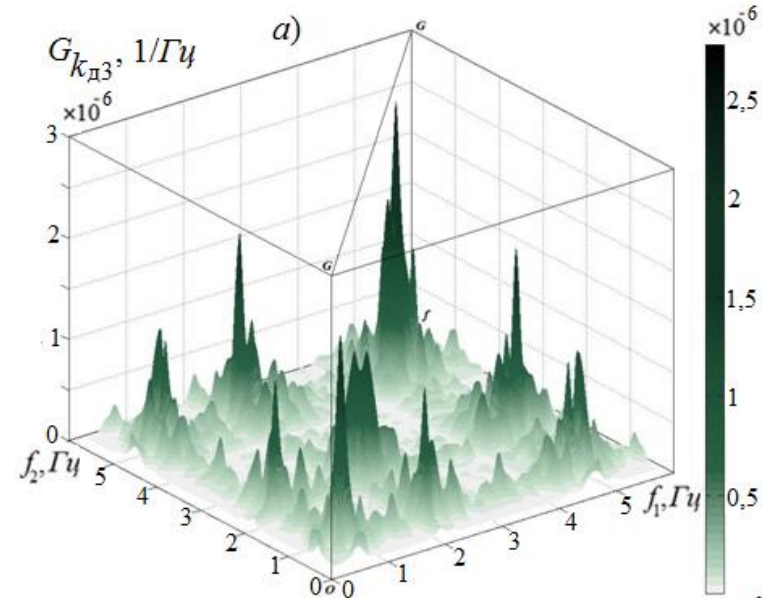
Реализации процесса суммарных горизонтальных перемещений кузова в точках крепления первой и второй тележек к кузову при скорости $v=60$ м/с и его спектральная плотность



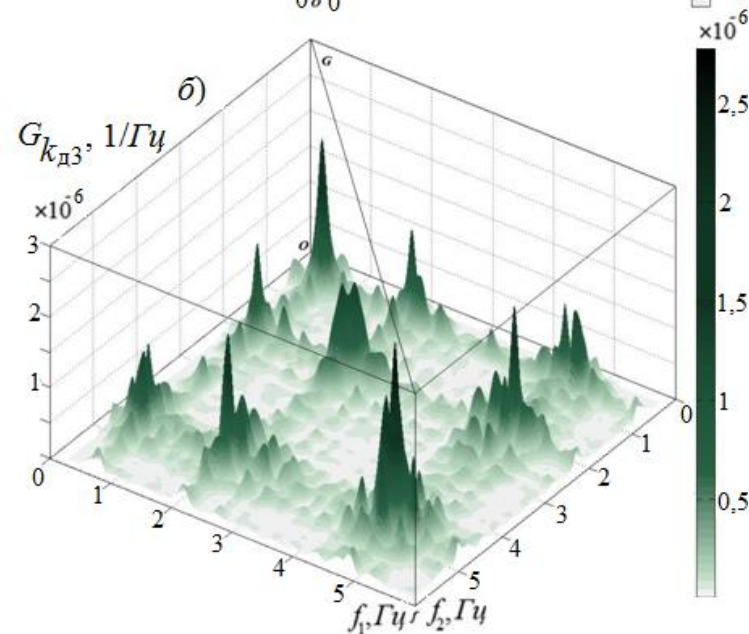
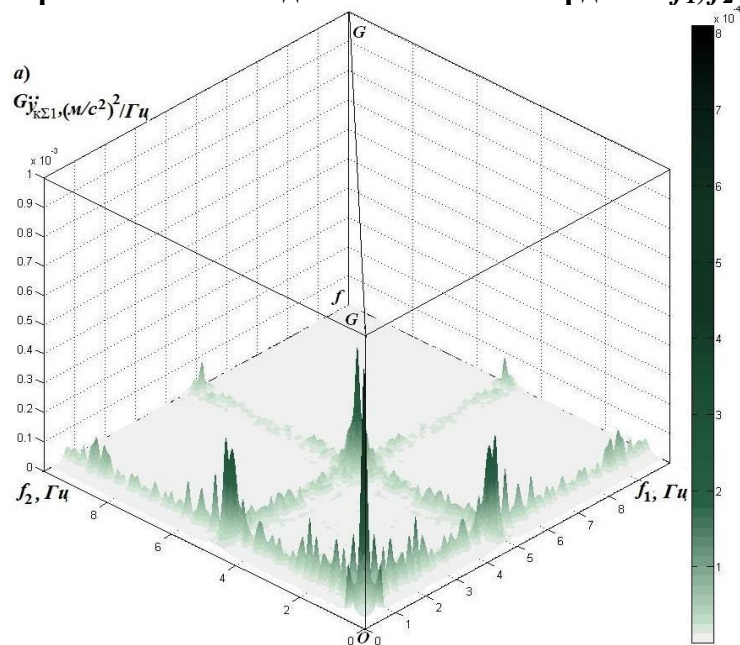
Реализации случайного процесса коэффициента динамики в связи кузова с колесной парой при скорости $v=120 \text{ м/с}$



Спектральная плотность реализации коэффициента динамики в связи кузова с колесной парой при $v=120 \text{ м/с}$: а – вид из начала оси координат f_1, f_2 ; б – вид из конца оси координат f_1, f_2



Спектральная плотность суммарных ускорений кузова при $v=120 \text{ м/с}$ – вид из начала оси координат f_1, f_2

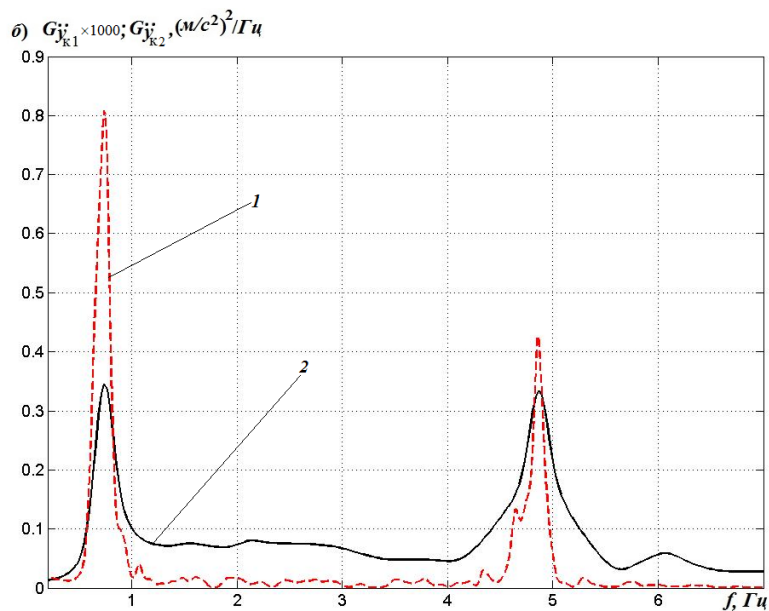


8.2 СРАВНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ БОКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ ЭКИПАЖА С НЕЛИНЕЙНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ РЕССОРНОГО ПОДВЕШИВАНИЯ

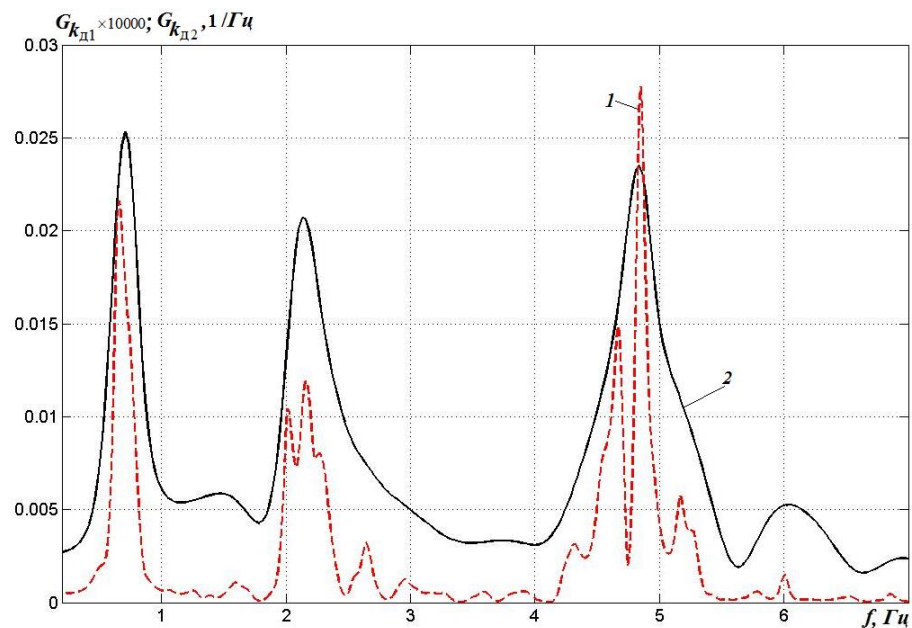
Числовые характеристики спектральных плотностей

Ускорение кузова $y_{\Sigma k1}$				Коэффициенты динамики $k_{д3}$			
			%				
$S, (m/c^2)^2$	0,65	0,52	20	$S, -$	0,0062	0,0048	22
$f, Гц$	8,52	6,28	26	$f, Гц$	6,2	5,1	5,5
$\overline{H}, m/c^2$	2,83	2,41	15	$\overline{H}, -$	0,28	0,245	13

1 – для нестационарного; 2 – для стационарного процессов



Суммарные ускорения кузова



Коэффициент динамики в третьей ступени

6.4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Принят диапазон скоростей: $v_H=10$ м/с, $v_B=120$ м/с; решения выполнялись с шагом $\Delta v=10$ м/с, графики зависимости $u_i(v)$ построены в соответствии с этими значениями v_H , v_B и Δv .

График зависимости ПДК от скорости движения: коэффициенты динамики в связях 1 – тележки с буксой $K_D^{T-КП}$; 2 – кузова с тележкой $K_D^{К-Т}$; 3 – кузова с буксой $K_D^{К-КП}$; 4 – максимальное ускорение кузова в шкворневой точке $\ddot{y}_{ш}$

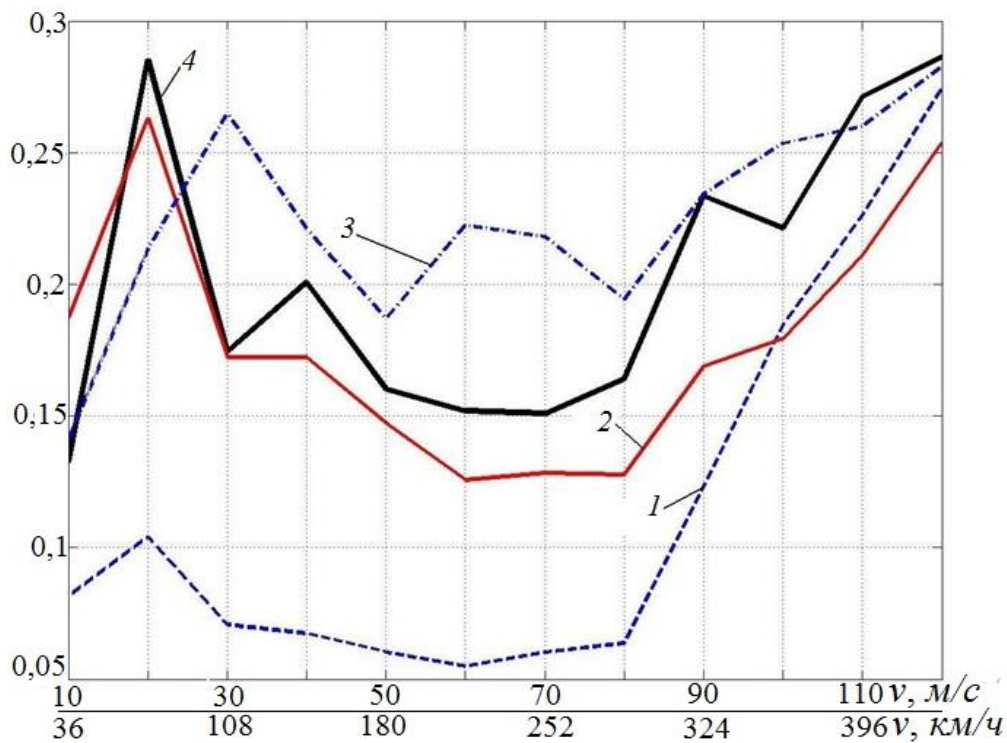
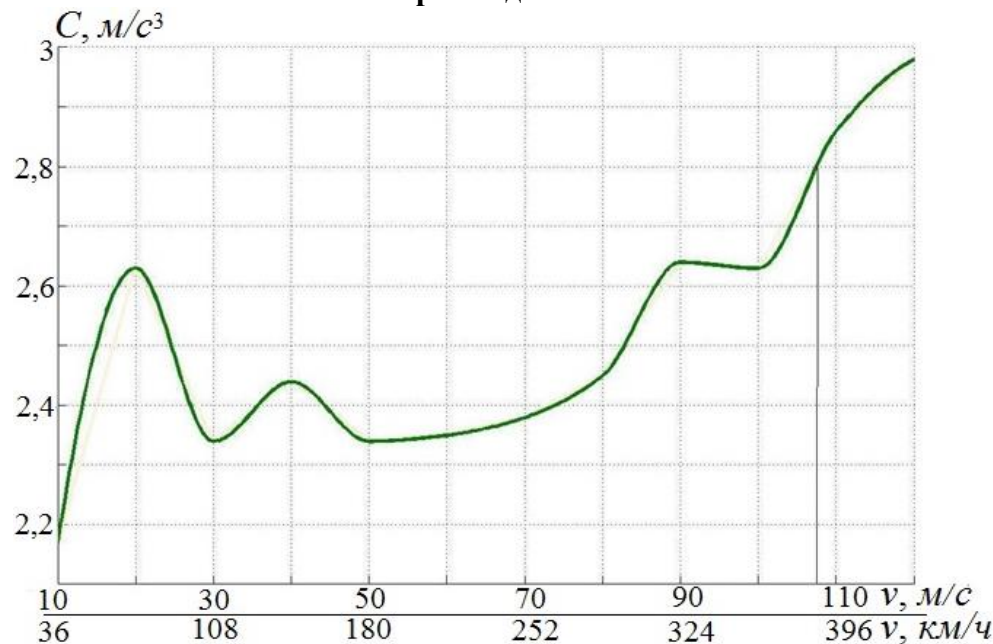


График зависимости коэффициента плавности хода C от скорости движения v



ОБЩИЕ ВЫВОДЫ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ РАБОТЫ

1. Вероятностный анализ экспериментальных записей четырёхмерного случайного процесса геометрических неровностей пути показал, что этот процесс является гауссовским. Составляющие этого процесса корреляционно связаны, за исключением горизонтальных неровностей левого и правого рельсов, а также вертикальных неровностей этих рельсов.
2. Выбранные аналитические выражения для авто и взаимных корреляционных функций, а также для спектральных и взаимных спектральных плотностей многомерного случайного процесса геометрических неровностей обеспечивают удовлетворительную сходимость расчётных и экспериментальных графиков этих характеристик.
3. Для генерации многомерного случайного процесса на ЭВМ следует использовать предложенную в работе процедуру, основанную на использовании импульсной характеристики формирующего механизма и интеграла свёртки, найденное выражение импульсной характеристики может быть использовано при генерации любого гауссовского стационарного дифференцируемого случайного процесса.
4. Для обеспечения заданного частотного диапазона возмущения генерацию такого случайного процесса следует выполнять каждый раз заново для каждой исследуемой скорости движения рельсового экипажа. Для этого следует использовать аппроксимацию импульсной характеристики формирующего фильтра восемнадцатью слагаемыми и выбирать из общей таблицы необходимое количество слагаемых и значения их параметров, соответствующих рассматриваемой скорости движения.
5. Предложенная схема высокоскоростного вагона электропоезда на четырёх одноосных тележках обеспечивает улучшение условий движения в кривых участках пути за счёт реализации принципа радиальной установки, а также улучшение показателей динамических качеств, при движении в кривых и прямых участках за счёт введения третьей ступени рессорного подвешивания.
6. Расчёты вероятностных характеристик случайных процессов колебаний рельсовых экипажей с нелинейными характеристиками рессорного подвешивания следует выполнять с учётом нестационарности таких процессов, используя процедуру усреднения по множеству реализаций. Удовлетворительные результаты могут быть получены при использовании 4096 реализаций по 12288 точек в каждой. Учёт нестационарности случайных процессов боковых колебаний при определении показателей динамических качеств, приводит к повышению вычисленных значений этих показателей на 20% по сравнению со значениями, определяемыми по типовой методике испытаний рельсовых экипажей. Поэтому типовую методику испытаний следует дополнить выполнением вычислений по предложенной методике.

7. Нестационарные случайные процессы боковых колебаний рельсового экипажа можно рассматривать как Гауссовские, корреляционные функции и спектральные плотности которых являются трехмерными характеристиками. Распределения абсолютных максимумов этих процессов могут быть сглажены законом Гумбеля для распределения крайних членов выборок, среднее значение абсолютных максимумов, определяющее показатели динамических качеств, может быть вычислено по приближённой формуле Крамера.
8. Основные максимумы спектральной плотности нестационарных боковых колебаний лежат в главной диагональной плоскости и их частоты соответствуют частотам колебаний линеаризованных систем, в то время как боковые максимумы приходятся на частоты, для которых выполняется соотношения 2:1; 3:1 и т. д., что соответствует ультрагармоническим колебаниям, возникающим в нелинейных системах.
9. Выполненная оптимизация параметров рессорного подвешивания предложенного высокоскоростного экипажа по критерию минимума суммарной интенсивности выбросов случайного процесса за допустимую четырёхмерную область позволила выбрать эти параметры, обеспечивающие устойчивость боковых колебаний и выполнение требований к показателям динамических качеств при скоростях движения до 432 км/ч (120 м/с).